SEE FOLLOWING NOTE

VOIR NOTE CI-APRÈS

PARTS OF THE ORIGINAL DOCUMENT ARE OF POOR REPRODUCTIVE QUALITY.

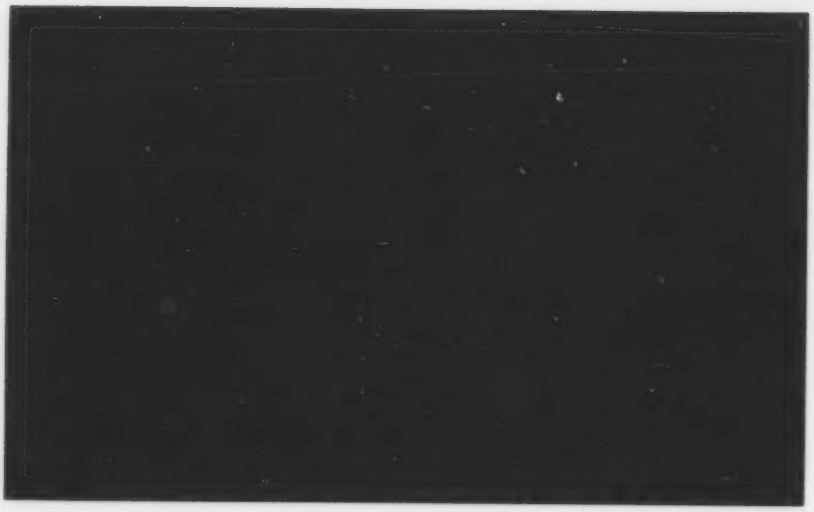
MICROMEDIA LIMITED HAS ATTEMPTED TO PRODUCE THE BEST POSSIBLE COPY.

CERTAINES PARTIES DU DOCUMENT ORIGINAL SONT DE PIÈTRE QUALITÈ DE REPRODUCTION.

MICROMEDIA LTEE A ESSAYEE DE PROCURER LE MEILLEUR EXEMPLAIRE POSSIBLE.

CENTRE DE RECHERCHE
SUR LES TRANSPORTS
(C.R.T.)
CENTRE FOR RESEARCH
ON TRANSPORTATION

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL
ÉCOLE DES HAUTES ÉTUDES COMMERCIALES
ÉCOLE POLYTECHNIQUE



MÉMOIRE D'ÉTUDIANT

CENTRE DE RECHERCHE SUR LES TRANSPORTS
UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL
C.P. 6128, SUCCURSALE A,
MONTRÉAL
CANADA H3C 3J7

TÉLÉPHONE: (514) 343-7575
TÉLEX: (21) 05-561325
EMAIL: crt@crt.umontreal.ca
TÉLÉCOPIEUR (FAX): (514) 343-7121

CRT-862

Investissements et production d'énergie hydroélectriques avec stockage saisonnier sous forme d'hydrogène

par

Daniel Hébert*

*Mémoire présenté en vue de l'obtention du grade de Maître ès Sciences Appliquées (M.Sc.A.), Département de génie électrique, École Polytechnique, dirigé par André-B. Turgeon et co-dirigé par Michel Gendreau.

Centre de recherche sur les transports — Publication #862

Octobre 1992

93-01720/

Dépôt légal – Bibliothèque nationale du Québec,
Bibliothèque nationale du Canada, 1992

En témoignage de gratitude, je dédie cet ouvrage à la mémoire de mes parents, en pensant tout particulièrement à ma très chère mère décédée l'an dernier, le 5 février 1991.

Sommaire

Le concept, déjà connu, des centrales d'hydrogène consacrées à la production d'énergie électrique a eu un regain d'intérêt à la suite des crises pétrolières de 1973 et 1979, lorsque les pays industrialisés furent poussés à diversifier leurs ressources énergétiques. Aujourd'hui, l'intérêt pour les centrales d'hydrogène persiste, notamment dans le contexte particulier du stockage saisonnier de l'énergie hydroélectrique. En fait, cette technologie est virtuellement la seule qui offre un véritable potentiel à cet égard. Présentement, la recherche dans ce domaine s'efforce d'améliorer la performance et la fiabilité des électrolyseurs et des piles à hydrogène.

Le but de ce mémoire est de développer et d'implanter un modèle permettant d'étudier comment l'arrivée de cette nouvelle classe de centrales pourrait affecter la composition optimale (ou quasi-optimale), à long terme, du parc d'équipements d'une firme de production d'énergie hydroélectrique. Afin de bénéficier des économies d'échelle, nous n'excluons pas la possibilité que la production d'hydrogène puisse répondre simultanément à une demande indépendante d'hydrogène industrielle (industrie chimique et métallurgique, combustible, etc.).

Dans cette perspective, nous formulons un modèle mathématique de planification des capacités de production impliquant deux ensembles de variables : les investissements dans une capacité supplémentaire de production et le plan de production pour chaque classe d'équipements. Tel que nous le posons, ce problème est de grande dimension, de formulation déterministe et en variables mixtes en nombres entiers et continus. Nous le divisons en un problème-maître linéaire, en nombres entiers (avec des variables continues dans certains cas), où des plans d'expansion possibles du parc d'équipements seront générés, et en un sous-problème linéaire en variables continues, qui calcule le plan de production de chaque classe de cen-

trales du plan d'expansion. Le sous-problème est modélisé par un *problème de flot à coût minimum avec multiplicateurs* pour tenir compte des pertes d'énergie dûes aux équipements de stockage.

En plus de la formulation mathématique du problème, la contribution de ce mémoire est de proposer une *stratégie* de résolution qui s'apparente à la célèbre méthode de décomposition de Benders [7] en adaptant quatre stratégies connues. Les idées exploitées sont les suivantes :

- la relaxation continue du problème-maître permet pour les premières itérations d'obtenir de l'information rapidement sur les coûts marginaux du sous-problème. Les contraintes générées demeurent transportables au problème-maître en nombres entiers (McDaniel et Devine [37]);
- le problème-maître de Benders est reformulé de telle sorte qu'il n'est pas nécessaire d'obtenir la solution optimale à chaque itération de l'algorithme (Geoffrion [23]); cependant, nous appliquerons à la première phase de McDaniel et Devine (*c.-à-d.* la relaxation continue du problème-maître) la méthode du simplexe jusqu'à l'optimalité, puisque le temps de calcul dans l'espace continu n'est pas très grand par rapport au temps de calcul dans l'espace des nombres entiers,
- le problème maître en nombres entiers demandant un effort de calcul considérable pour les algorithmes exacts, des méthodes heuristiques bien connues et réputées pour leur solution quasi-optimale peuvent être satisfaisantes dans le cadre d'un exercice de planification à long terme, où les données exogènes sont imprécises (Côté et Laughton [20]);
- les contraintes d'intégralité sont retirées pour les variables d'investissement

qui n'ont qu'un impact mineur sur l'objectif (Côté [19]).

Nous présentons des résultats numériques sommaires sur la convergence, la performance de temps et les choix d'investissements. À partir d'un cas générique, nous définissons quelques variations en jouant avec les parametres du problème.

mots-clés : Stockage de l'énergie hydroélectrique, plan de développement hydroélectrique, hydrogène électrolytique, programmation mixte en nombres entiers, méthode de décomposition de Benders.

Abstract

The concept of hydrogen power plants gained its notoriety following the aftermaths of the 1973 and 1979 oil crises when the industrialized societies were prompted to diversify their energy resources. Today, hydrogen power plants still maintain their appeal in the context of the seasonal storage of hydroelectric (or nuclear) energy because it is virtually the only technology that offers so much potential for the massive storage of energy. At present time much is being done to enhance electrolyser and fuel cell performance and reliability.

The purpose of this thesis is to develop and implement a model that will permit to see how this new type of power plant would affect the optimal (or near optimal) plant mix over a long-term planning horizon given that an electric utility service depends largely on hydro power. We therefore propose a generation planning model that involves two sets of decisions: investments in additional production capacity and operating policies for each class of power plants. This is a large scale deterministic mixed integer formulation that divides the problem into a master linear integer problem, which generates trial expansion plans, and a linear continous subprogram which computes the production policy for each class of plants for the trial plan. The production subproblem is formulated as a generalized network flow problem so to account for energy losses through storage plants. Also, provisions have been made to involve simultaneously independent industrial demand for hydrogen.

The investment and production problems take part in a Benders' type solution technique for which limited computational results are presented. These involve convergence behavior, time performance, and investment decisions for a series of test problems that correspond to different parameter sets of a generic case.

keywords: Hydroelectric energy storage, electric power generation planning hydrogene energy storage, mixed integer programming, Benders decomposition.

Remerciements

Ce mémoire, en plus d'être l'aboutissement d'une démarche intellectuelle, est aussi le résultat d'une véritable épreuve de persévérance. Les pages de ce mémoire ne peuvent rendre compte avec fidélité des nombreux obstacles rencontrés et de l'effort consacré à cet ouvrage (particulièrement, à l'égard du travail de programmation). Dans cette perspective, je voudrais profiter de ce qui n'est, trop souvent, qu'un exercice de circonstance pour exprimer sincèrement ma gratitude et mes remerciements à tous ceux qui m'ont apporté leur soutien.

J'aimerais tout d'abord adresser ma reconnaissance à Monsieur André B. Turgeon, mon directeur, ayant accepté que mon sujet de maîtrise porte sur un aspect particulier de la question de l'hydrogène. Sans son accord, ce travail n'aurait jamais été entamé. Je le remercie pour la grande patience dont il a fait preuve.

Aussi, je tiens fortement à souligner que ce mémoire n'aurait jamais vu le jour sans l'aide de Monsieur Michel Gendreau, mon codirecteur, qui a su m'accompagner tout au long de ce travail. Je le remercie pour son appui financier. Mais, par dessus tout, j'ai bénéficié de sa confiance et de son encouragement. Je me souviendrai de sa grande perspicacité intellectuelle, de son sens du discernement et de ses idées originales et pénétrantes.

Je tiens également à remercier l'actuel premier ministre du Québec, Monsieur Robert Bourassa, qui n'a pas hésité à m'appuyer pour l'obtention d'une subvention. Je remercie aussi les personnes d'*Hydro-Québec*, de l'*IREQ* et du *Conseil de l'industrie de l'hydrogène* qui ont collaboré avec moi au tout début du projet.

Je me dois de mentionner le climat de travail au *Centre de recherche sur les*

transports, où s'est accompli l'essentiel de mon travail. Les conditions d'études sont exceptionnelles et ce Centre a été pour moi un lieu privilégié de contacts et d'échanges. Je tiens à adresser mes remerciements à mes confrères d'études et à l'ensemble du personnel pour leur support moral et leurs critiques constructives.

Finalement, je tiens à signaler toute ma gratitude pour le travail de correction du mémoire pour lequel Lucie L'Heureux s'est acquittée admirablement.

Table des Matières

Dédicace	iv
Sommaire	v
Abstract	viii
Remerciements	ix
Table des matières	xi
Liste des figures	xv
Liste des tableaux	xviii
Liste des appendices	xix
Liste des annexes	xx

Introduction 1

.1 La question de l'hydrogène 1

.2 Le stockage saisonnier sous forme d'hydrogène de l'énergie hydro-électrique 7

.3 Historique du problème d'investissements et de production d'énergie électrique 12

.4 L'orientation de ce mémoire 15

1 Problématique et modélisation 18

1.1 Variables, valeurs exogènes et hypothèses 19

1.2 Énoncé du problème 26

1.3 Éléments constituants du modèle 29

1.3.1 La représentation des centrales 29

1.3.2 La demande et les composantes d'une centrale 37

1.3.3 La représentation de la demande et du temps 38

1.4 Propriétés systémiques du problème 41

1.4.1 L'effet de la puissance demandée et de sa durée sur le choix des équipements 42

1.4.2 Les biais du modèle 45

1.5 Formulation mathématique du modèle 51

1.5.1 La forme détaillée 51

1.5.2 La forme abrégée 60

2 Approche algorithmique **62**

2.1 La méthode de décomposition de Benders 63

2.1.1 La projection 64

2.1.2 La projection par la linéarisation extérieure du domaine effectif 67

2.1.3 La linéarisation extérieure de l'objectif du problème projeté 68

2.1.4 La relaxation des contraintes du problème-maître 69

2.2 La reformulation du problème-maître 71

2.2.1 Approches algorithmiques possibles 74

2.2.2 L'approche algorithmique retenue 76

3 Le sous-problème **79**

3.1 Le problème de flots à coût minimum avec multiplicateurs positifs . 80

3.1.1 Le programme de réseau 80

3.1.2 Structure des solutions de base 83

3.1.3 Le changement de solutions de base 86

3.1.4 Le changement de flot dans une base et l'arc de sortie 88

3.1.5 L'arc d'entrée et les conditions d'optimalité 100

3.1.6 L'algorithme primal 104

3.2 La fabrication des coupes de Benders 107

4 Résultats numériques **112**

4.1 Caractéristiques communes aux scénarios 112

4.2 Les cas testés 116

4.3 Résultats des tests 117

4.4 Autres observations 122

4.5 Commentaires 123

Conclusion **127**

Références **130**

Appendice **136**

Annexe **140**

Liste des Figures

0.1 L'hydrogène, la devise énergétique de l'avenir[32]. 4

0.2 La filière de la gestion des ressources hydroélectriques par l'hydrogène. 11

1.1 Courbes d'efficacité de quelques équipements[31]. 24

1.2 Schéma synoptique de la représentation des centrales. 30

1.3 Vallée d'un projet hydroélectrique. 31

1.4 La demande saisonnière. 39

1.5 La distribution de la puissance classée discrétisée. 40

1.6 La représentation de la pointe. 41

1.7 Les dates de mise en service 42

1.8 Incidence économique de la puissance et sa durée. 44

1.9 Incidence des courbes saisonnières sur l'investissement. 44

1.10 Les discrétisations imparfaites de la *distribution de la puissance classée* 46

1.11 Le stockage à court terme. 48

1.12 L'agrégation des projets hydroélectriques. 51

1.13 Le réseau de production d'énergie. 61

2.1 Le domaine effectif. 65

2.2 La procédure de Benders selon la variante de Geoffrion et Graves. . 72

2.3 Variante finale de la procédure de Benders. 78

3.1 La structure du réseau. 82

3.2 Base, base orientée, réseau augmenté et réseau admissible 85

3.3 Les paramètres d'arc et le flot du réseau augmenté. 89

3.4 Les flots dans les chemins et les circuits. 93

3.5 Tableau récapitulatif des équations de flot dans les chemins et circuits du réseau admissible. 95

3.6 Le changement de flot dans les structures de base. 98

3.7 Le potentiel de référence dans un circuit. 103

4.1 Réseau du sous-problème des cas testés. 114

4.2 La demande de puissance et d'hydrogène industielle pour les cas testés.115

4.3 Les modes de stockage saisonnier et interannuel de l'énergie sous forme d'hydrogène. 124

Liste des Tableaux

4.1 Tableau des résultats. 118

Liste des appendices

Appendice A : Le flot dans un chemin ou un circuit antiparallèle 136

Liste des annexes

Annexe I : Définition des cas et sorties numériques 140

Introduction

> Ce qui est intéressant, c'est de contrôler les systèmes technologiques pour fabriquer et entreposer l'hydrogène avec une énergie renouvelable, et ne pas être que des porteurs d'eau qui se contentent d'exporter de l'hydrogène liquide.
>
> Richard D. Champagne, PDG
> *Conseil de l'industrie de l'hydrogène* [43].

La question de l'hydrogène

Depuis les crises pétrolières de 1973 et 1979, l'intérêt pour les énergies nouvelles a gagné la faveur de l'opinion publique et particulièrement des institutions qui la représentent. Des groupes d'étude furent formés pour assister les gouvernements dans leurs nouvelles politiques énergétiques et d'importants programmes de collaboration internationale en R & D furent lancés.

L'Agence internationale de l'énergie identifiait l'hydrogène comme un des principaux vecteurs d'énergie pour l'avenir [1]. On concevait, en effet, l'hydrogène comme une forme d'énergie dite secondaire, d'usage polyvalent, produite à partir des formes primaires d'énergie telle l'énergie nucléaire, hydroélectrique, éolienne, solaire, marémotrice, etc. De là naissait le concept d'*économie de l'hydrogène* où

la devise énergétique du futur serait l'élément le plus abondant de l'univers [13].

Ici, au Canada, une commission d'étude sur les énergies de remplacement du pétrole recommandait au gouvernement de préparer la transition et de faire du Canada un des leaders mondiaux dans le développement des technologies de production et d'utilisation de l'hydrogène [32]. Une série d'études suivirent afin d'évaluer le potentiel de l'hydrogène dans les divers secteurs d'activité de l'économie [1]. Les spécialistes s'accordent pour dire que le Canada et le Québec sont avantagés par l'abondance des énergies d'origine primaire.

Aujourd'hui, chez les gouvernements et les industriels, c'est de la transition dont il est question, malgré les hésitations quant aux moments opportuns d'appuyer les initiatives en ce sens. Ils savent que la quantité de combustible fossile récupérable est de l'ordre de 10 billions (10^{12}) de barils de pétrole — soit des réserves pour une durée de 170 ans aux taux de consommation actuels — avec les risques environnementaux que l'on anticipe advenant la combustion complète des réserves [21].

Toutefois, on sait que l'hydrogène n'est pas immunisé contre les lois du marché et ne peut donc s'imposer dans tous les secteurs d'activité de l'économie. Aussi, les externalités relatives aux effets de la pollution par la combustion d'hydrocarbures fossiles ont peine à être citées dans les analyses économiques. C'est alors que le gaz propane, le gas naturel, le méthanol et les combustibles synthétiques apparaîtront avant l'hydrogène dans plusieurs applications. La production d'hydrogène servira au début au raffinement du pétrole, à la production d'ammoniac et de méthanol, à l'industrie chimique et pétrochimique, à l'hydrogénation des huiles végétales, à la production des semiconducteurs et à l'industrie métallurgique. Viendra aussi

[1] On trouvera en [13, 25, 29] trois études de synthèse pour le Canada et en [26] une étude pour le Québec.

sa pénétration dans le secteur du transport (aéronef, train, automobile et bus) et du stockage de l'énergie électrique. La figure 0.1 illustre l'aboutissement d'une transition vers une *économie de l'hydrogène*. Depuis les sources d'énergie jusqu'aux applications finales, l'hydrogène est une veritable devise énergétique présent dans presque tous les secteurs de la vie économique d'une société.

Actuellement, 98% de l'hydrogène est produit à l'endroit même où il est consommé. Il en est ainsi en vertu des coûts élevés du transport. Seulement une très petite quantité est vendue sur le marché libre pour les besoins de l'industrie électronique, alimentaire, métallurgique et pharmaceutique par exemple. On estime que ce marché nord-américain croîtra de 3-5% par année [14, 15].

L'infrastructure d'une économie de l'hydrogène se développera ponctuellement par applications successives des technologies de l'hydrogène, là où elles s'avèreront rentables. À cet égard, il est instructif d'étudier la pénétration du charbon dans l'Angleterre du $16^{\text{ième}}$ siècle. Suite à une crise de déforestation, le charbon permit à l'Angleterre de poursuivre sa route vers la Révolution Industrielle et de maîtriser les nouvelles technologies de production et d'utilisation du charbon avant le reste de l'Europe [38]. La filière de l'hydrogène nous offre des perspectives comparables. Les créneaux de rentabilité seront identifiés grâce aux programmes de recherche en cours.

Par exemple, *Westinghouse* administre un important programme de recherche afin de concevoir des électrolyseurs et des piles à combustible pour la production et l'utilisation massive de l'hydrogène. La compagnie *Consolidated Edison* opère actuellement une centrale prototype de piles à combustible fournissant de l'énergie électrique à un district de New York. La ville de Los Angeles gère une flotte expérimentale d'autobus pour le transport urbain ayant l'hydrogène pour com-

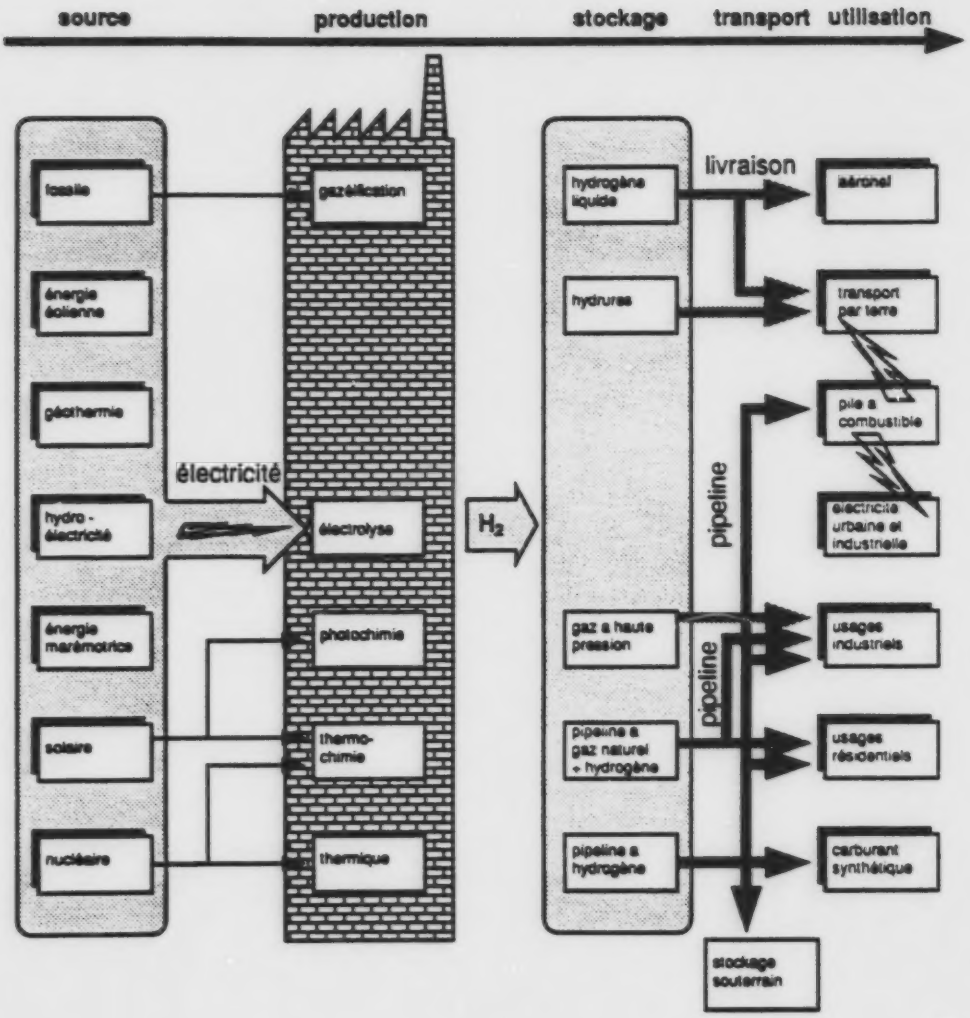


Figure 0.1: L'hydrogène, la devise énergétique de l'avenir[32].

bustible. Ces autobus ont pour gaz d'échappement la vapeur d'eau exempte de polluants atmosphériques. *Daimler-Benz*, *Nissan*, *B.M.W.* et *Mitsubishi* ont tous développé une voiture fonctionnant à l'hydrogène. Les Suisses ont développé des véhicules avec un réacteur pouvant extraire l'hydrogène du méthylcyclohexane [42]. Le toluène qui en résulte est vidé aux stations de services pour être acheminé à une usine, se faire enrichir d'hydrogène pour se transformer en méthylcyclohexane et être acheminé de nouveau aux stations de services. Au salon de l'automobile, édition 1991, le 23 octobre dernier à Tokyo, *Mazda* présentait le plus récent modèle de voiture à hydrogène, la *Mazda HR-X*. En effet, le Japon, dépendant de ses importations de pétrole, est très conscient de l'urgence de préparer son avenir énergétique. Les programmes de recherche *Sunshine* et *Moonlight* ont réservé une place importante à l'hydrogène [30]. Actuellement, avec ses énormes problèmes de pollution, le Japon serait intéressé à réaliser, comme les Européens déjà , une étude de faisabilité sur le remplacement des combustibles fossiles par l'hydrogène, en collaboration avec le Québec, le Manitoba et la Colombie-Britannique[40].

Plus près de nous, au Canada, l'initiative fut prise de regrouper les institutions intéressées par la question de l'hydrogène sous l'égide du *Conseil de l'industrie de l'hydrogène* (C.I.H.). Celui-ci regroupe des industriels, des gouvernements provinciaux (Québec, Ontario et Manitoba), le gouvernement fédéral et des universités dont l'*École Polytechnique de Montréal*. Le C.I.H. évalue les marchés potentiels, suit de près les programmes de R & D et informe ses membres. Cependant, dans le sillage de l'effondrement du prix du pétrole, l'abolition du programme énergétique fédéral en 1984 a privé les membres du C.I.H. d'une partie importante de ses fonds de recherche. Heureusement au Québec, le ministère de l'Énergie et des ressources a annoncé depuis des mesures de soutien dont trois chaires universitaires. L'*École Polytechnique de Montréal* anime, sous la direction de Dominique Pirron,

l'une de ces trois chaires. Le *Fond de développement technologique* du gouvernement du Québec déboursera 10 millions $ dans le *Projet pilote Euro-Québec sur l'hydrogène* (PPEQH); un programme de recherche de 21 millions $ sera consacré au développement de véhicules de transport et de procédés industriels utilisant l'hydrogène [43].

Hydro-Québec poursuit des recherches sur l'hydrogène pour ses besoins à long terme[2] [4, 5] malgré l'interruption d'une partie importante de ses subventions du programme énergétique fédéral. Aussi, l'entreprise d'État, grâce à sa politique de partage des risques et des bénéfices,a fondé avec *Air Liquide Canada* la compagnie *Hydrogénal* pour commercialiser l'hydrogène liquide. Les électrolyseurs utilisés sont fabriqués par la compagnie *Electrolyser*, fondée par *Noranda* et *Hydro-Québec*. Bientôt, *Hydro-Québec* produira à Sept-Îles de l'hydrogène pour le marché européen où, dans le cadre du PPEQH, une entente stratégique fut signée avec la CEE impliquant une vingtaine de partenaires industriels[3]. Dans le sillage de cette entente, la ville de Hambourg désire convertir ses autobus à l'hydrogène et profiter du bas prix de notre hydrogène électrolytique; la pollution urbaine en Europe fait l'objet d'une grande préoccupation de la part de la population. L'hydrogène québécois lorgne aussi du côté des prochaines générations d'avions *Airbus* pour les approvisionner en combustible. Dans un même effort d'exportation, le C.I.H. et *Hydro-Québec*, cherchent à étendre le marché de l'hydrogène au programme spatial américain.

La province de l'Ontario s'intéresse particulièrement au stockage de l'énergie nucléaire, celle-ci étant une composante importante de son approvisionnement en énergie électrique. Ces centrales suivent difficilement les variations abruptes de

[2]Il y a actuellement quatre filières à long terme pour *Hydro-Québec*: la fusion nucléaire, la supraconductivité, l'hydrogène et les accumulateurs à électrolyte polymérique [27].

[3]Aux dernières nouvelles, la Norvège pourrait devenir un concurrent sérieux dans la production d'hydrogène pour les besoins européens. Toutefois, les États-Unis demeurent, à terme, le marché naturel pour rentabiliser l'usine de Sept-Îles [44, 45].

la demande de puissance électrique et perdent ainsi de l'énergie dans les périodes creuses de la demande. Les ingénieurs nucléaires de cette province envisagent d'intégrer au parc d'équipements des centrales d'hydrogène qui stockeront l'énergie de source nucléaire sous forme d'hydrogène. Grâce au temps de réponse rapide des centrales d'hydrogène, le parc des centrales nucléaires bénéficiera de toute la flexibilité nécessaire pour suivre les variations abruptes de la demande [1, 32, 25, 29]. Cette idée de récupérer les surplus d'énergie, trouve aussi son application pour *Hydro-Québec*, mais dans un contexte hydroélectrique.

Le stockage saisonnier sous forme d'hydrogène de l'énergie hydroélectrique

Au Québec, nous avons l'avantage d'avoir d'abondantes ressources d'énergie hydroélectrique qui ne demandent qu'à être valorisées. Ceci, autant plus que cette forme d'énergie est renouvelable et la moins risquée pour la santé publique. Aussi, parce que l'hydroélectricité est produite à l'un des plus bas coûts sur le continent, nous pouvons affirmer sans doute, qu'à terme, le Québec sera un des berceaux de la *société de l'hydrogène*. L'expression est reprise par l'actuel Premier ministre du Québec, Robert Bourassa. Avec son livre *L'énergie du nord* [11], il est le seul homme politique du pays ayant saisi la position privilégiée du Québec à l'égard de l'hydrogène et l'ayant intégrée à son discours politique.

Cependant, les créneaux de rentabilité possible doivent être identifiés et évalués. l'objet de ce mémoire est un effort modeste dans ce sens. Nous savons que les centrales d'hydrogène conservent leur pertinence, aujourd'hui, en ce qui a trait au stockage saisonnier de l'énergie hydroélectrique. Peu de technologies offrent autant de possibilités à cet égard et c'est ce créneau que nous étudierons dans ce mémoire.

Le problème qui nous intéresse se pose du point de vue de l'ingénieur en planification qui doit périodiquement réviser le plan d'expansion du parc d'équipements d'une firme de production d'énergie électrique et considérer l'arrivée de nouvelles technologies.

Précisément, le problème que nous posons se divise en deux volets :

- Formuler un modèle mathématique pour l'optimisation économique de l'expansion et de l'opération d'un parc d'équipements tenant compte d'une nouvelle classe de centrales (d'hydrogène) ayant une grande capacité de stockage de l'énergie. Nous nommerons ce problème par l'abréviation consacrée GPP (« generation planning problem »).
- Concevoir une approche de solution pour résoudre ce programme mathématique.

Les classes d'équipements considérées dans notre problème remplissent des fonctions complémentaires par rapport à la variation de la demande d'électricité. Il y a des classes de centrales qui répondent à la demande de base, d'autres à la pointe intermédiaire et celles qui satisfont la fine pointe. Leur affectation aux diverses composantes de la demande dépendra de leur coût d'opération. Toutefois, les capacités présentes dans la composition du parc d'équipements dépendront aussi des coûts d'investissement. Tout l'exercice de planification cherche à trouver l'équilibre entre les investissements et les coûts d'opération de sorte que le coût total du plan soit minimal.

Les centrales de stockage servent à la gestion de la pointe et interviennent à cet égard parmi un ensemble de mesures possibles. Outre les turbines à gaz

pour la fine pointe et les centrales thermiques (au mazout) pour la pointe intermédiaire, on trouve l'importation d'énergie et de puissance, les programmes d'économie d'énergie, les programmes de substitution d'énergie (*bi-énergie*), l'ajout de suréquipements aux centrales hydroélectriques, l'achat chez les producteurs indépendants, les politiques de tarification qui agissent sur la demande et les contrats d'interruption d'énergie auprès des entreprises.

Dans le cas de la centrale d'hydrogène, sa vocation serait de stocker massivement l'énergie pour les besoins de la pointe de la demande. Comme nous l'avons déjà souligné, nous entendons intégrer cette centrale au parc d'équipements d'une firme à forte prédominance d'équipements hydroélectriques comme *Hydro-Québec*. où la production d'électricité est constituée à 95% de centrales hydroélectriques. La capacité de production prédominante des centrales hydroélectriques permettra d'ignorer les coûts de démarrage des centrales thermiques (mazout ou nucléaire) dans la formulation du programme mathématique.

Dans ce contexte, proprement hydroélectrique, la centrale d'hydrogène présente les attributs fonctionnels suivants:

- Cette centrale peut contribuer à accumuler les réserves saisonnières d'énergie en sus des réserves hydrauliques. La réserve saisonnière est nécessaire pour pallier au fait qu'en hiver, les apports hydrauliques sont relativement bas et la demande particulièrement élevée.

  Le stockage saisonnier de l'énergie sous forme d'hydrogène vise à récupérer les apports hydrauliques dans les périodes de forte hydraulicité qui ne sauraient être retenus par les réservoirs hydrauliques ou turbinés complètement par les centrales. Par exemple, dans un plan d'expansion du parc d'équipement, les futurs réservoirs de projets hydroélectriques pourraient être plus petits et

recevoir néanmoins un apport hydraulique supérieur à leur capacité en période de faible demande. L'apport, qui pourtant pourrait satisfaire une demande ultérieure d'énergie, serait récupéré en exploitant des réservoirs d'hydrogène électrolytique.

- Les réservoirs d'hydrogène peuvent contribuer à accumuler des réserves multiannuelles en sus des réserves saisonnières. Elles permettraient de retenir les surplus des apports hydrauliques des années de forte hydraulicité pour les années d'hydraulicité plus faible que la moyenne.

- À l'égard de la demande de puissance et, en dehors des raisons de vouloir récupérer les surplus d'apports hydrauliques propres à la demande d'énergie, la centrale d'hydrogène contribue au besoin de puissance de pointe. Ces centrales pourraient retarder la mise en service de projets hydroélectriques, en contribuant à l'accroissement de la puissance installée, ou nous permettre d'accroître nos réserves de puissance disponible pour l'exportation.

- En plus de la demande d'énergie électrique, les centrales d'hydrogène peuvent à la fois satisfaire le marché industriel pour mieux se rentabiliser.

Cependant, le stockage massif de l'énergie hydroélectrique dépendra de la croissance future de la demande d'électricité. Au Québec, la croissance de la demande de puissance et d'énergie ne surviendra que si nous exportons massivement nos ressources hydroélectriques renouvelables. La croissance de la demande locale (puissance et énergie) sera modeste avec un scénario moyen de 2 % annuellement.

Or, si les Américains[4] participent financièrement à l'accroissement de la capacité

[4]Au moment ou nous écrivons ce mémoire, plusieurs groupes de pressions influents s'activent pour décourager les Américains d'acheter l'énergie hydroélectrique du Québec; d'ailleurs, d'importants contrats d'exportation risquent d'être annulés. Toutefois, avec la croissance de

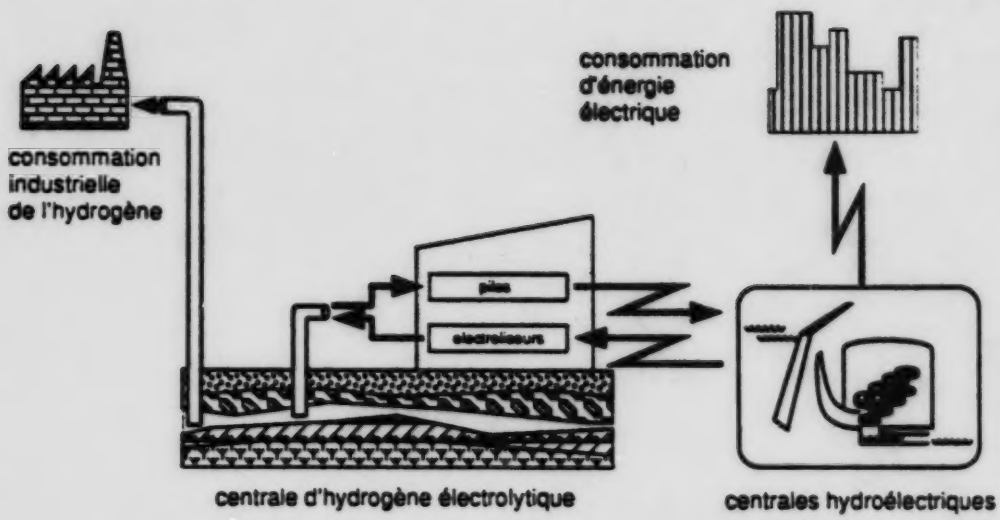


Figure 0.2: La filière de la gestion des ressources hydroélectriques par l'hydrogène.

de production du parc d'équipements pour l'exportation d'énergie électrique chez eux, l'occasion serait toute désignée pour évaluer la viabilité économique des centrales d'hydrogène. Si cette formule s'avère rentable, du coup nous contribuerons au développement des infrastructures nécessaires d'une économie de l'hydrogène, dotant ainsi le Québec d'une expertise, sinon d'un contrôle[5], des technologies de production et d'utilisation de l'hydrogène électrolytique. Nous présentons à la figure 0.2 un schéma illustrant le créneau d'application étudié dans ce mémoire.

leur besoin d'énergie électrique, tôt ou tard, les Américains auront à prendre les décisions qui s'imposent[8]...

[5]Comme le dirait Richard D. Champagne PDG du *Conseil de l'industrie de l'hydrogène* [43]

Historique du problème d'investissement et de production d'énergie électrique

La croissance économique qu'a connu le monde peu après la dernière guerre mondiale a incité les firmes de production d'énergie électrique à réviser leurs méthodes de planification. En effet, la forte croissance de la demande d'électricité a rendu obsolètes les méthodes courantes de planification de par l'ordre de grandeur des investissements prévus (et donc du coût plus important des plans sous-optimaux), de la diversité des technologies présentes et de l'ampleur des calculs (Anderson [2]). Des modèles mathématiques et des méthodes de solution perfectionnées furent donc développés.

Massé et Gibrat [36] furent les premiers à formuler le GPP dans une forme simple et à le résoudre avec les méthodes de la programmation linéaire. Antérieurement, l'exercice de planification se résumait à l'application de méthodes graphiques et d'analyse des coûts marginaux.

Les méthodes de solution proposées par la suite ont puisé dans la jeune discipline de la recherche opérationnelle, appliquant les nouveaux développements en programmation dynamique et linéaire, en programmation non linéaire et les avenues de la simulation. Les approches considéraient ou bien le seul problème de la production d'énergie ou bien le problème plus général de l'investissement et de la production à la fois. Les variables considérées, outre le choix et le temps de mise en service des équipements (nucléaires, thermiques, hydroélectriques, etc.), furent la localisation des équipements, le choix d'interconnexion, le remplacement d'équipement et la politique de stockage des réservoirs hydroélectriques. Le caractère stochastique des paramètres exogènes fut aussi considéré. Anderson [2] a

bien documenté les débuts du dévelopement du GPP.

Depuis ses origines, cette classe de problèmes devait composer avec des cas relativement petits sans quoi les temps de solution et l'espace-mémoire décourageaient tout exercice de planification.

Cependant, outre l'amélioration de la vitesse des ordinateurs, des techniques de programmation et de l'efficacité des logiciels de programmation linéaire, une attention particulière fut portée à la *structure* du problème pour développer de nouvelles approches de solution. À cet égard, une étape importante fut franchie en appliquant les méthodes de décomposition déjà bien connues en recherche opérationnelle. En l'occurrence, les travaux de Manne [33], Belgari et Laughton [6] et Noonan et Giglio [39] expriment ce tournant.

Belgari et Laughton formulent un programme linéaire qui exclue les contraintes de production tout en imposant des hypothèses opérationnelles sur l'utilisation des équipements. Itérativement, les hypothèses opérationnelles sont révisées par une procédure de simulation après chaque plan d'investissement, jusqu'à l'optimum. Manne [33], Noonan et Giglio [39] introduisent des contraintes d'intégralité sur les investissements, définissant ainsi des programmes en variables mixtes. L'approche de solution retenue est la méthode de décomposition de Benders [7] qui permet de séparer les variables entières d'investissement des variables continues de production[6]. Cette méthode définit un problème-maître consacré aux décisions d'investissement et un sous-problème de production. Les coûts marginaux sur les capacités de production permettent de construire itérativement une nouvelle contrainte pour le problème-maître qui, de nouveau, définira un plan d'investissements pour le sous-problème. Manne n'avait qu'un petit problème-maître où les possi-

[6]Nous référons le lecteur à Geoffrion [23] pour une discussion sur les fondements de la méthode de Benders.

bilités d'investissement pouvaient être énumérées facilement. Noonan et Giglio résolvaient un problème-maître de 830 variables binaires avec une procédure de séparation et d'évaluation progressive.

Pour une discussion de synthèse sur la structure générale du GPP résolu dans le cadre de la méthode de décomposition de Benders, nous référons le lecteur au texte de Côté et Laughton [16].

La méthode de Benders s'impose depuis lors jusqu'à aujourd'hui. Elle présente de bons résultats pour le temps de solution et l'espace-mémoire. Toutefois, à l'instar des autres applications en recherche opérationnelle, la méthode de Benders subissait quelques aménagements au bénéfice du temps de calcul. En effet, la révision de l'approche de Benders fut initialement introduite par Geoffrion [23] dans le contexte d'un problème de distribution de biens. Plutôt que de résoudre le problème-maître jusqu'à l'optimalité, Geoffrion le résout jusqu'à la réalisabilité seulement.

Côté[19] illustre cette approche révisée de Benders en l'appliquant au GPP. Dans cette approche, le problème-maître ne cherche qu'une solution réalisable, il nous propose d'accélérer cette recherche en appliquant une heuristique. D'ailleurs, dans un article subséquent [20], Côté et Laughton montrent l'intérêt de cette approche pour les programmes mixtes en général. Cependant, l'heuristique ne garantit pas l'optimalité. Mais, dans un contexte de planification à long terme, une bonne solution suffit, car les données exogènes ne peuvent être déterminées avec certitude.

Comme le souligne Côté[19, 20], l'avantage de séparer le programme mixte en deux problèmes plus petits, permet d'appliquer une procédure spécialisée aux problèmes ayant une structure précise et de bénéficier des économies de temps de

calcul et d'espace-mémoire. En l'occurrence, Côté[19] formule le sous-problème de production du GPP comme un *problème de flot à coût minimum* pour lequel il existe des algorithmes efficaces.

L'orientation de ce mémoire

Comme Côté[19], nous nous intéressons aux firmes opérant un parc d'équipements ayant une forte composante hydroélectrique. Ce contexte de production rend négligeables les coûts de démarrage des centrales thermiques et nous permettra de formuler le sous-problème de production comme un problème de réseau.

Toutefois, à la différence de Côté, et dans le sens de ses recommandations, nous nous pencherons sur le cas d'un parc d'équipements ayant des composantes de stockage d'énergie impliquant des pertes[7]. Nous pourrions négliger les pertes dans le cas où une petite proportion de l'énergie produite est stockée, tel un parc ayant un petit nombre de centrales pompées. Cependant, nous ne voulons pas limiter le nombre de centrales pompées et, surtout, nous nous intéressons aux centrales de stockage de l'énergie sous forme d'hydrogène qui permettent de stocker massivement l'énergie.

Dans un tel contexte, le sous-problème de production sera formulé comme un *problème de flot à coût minimum avec multiplicateurs*, où nous aurons un paramètre d'arc supplémentaire pour signifier la perte d'énergie au stockage.

La méthode de solution appliquée par Côté[19] sera aménagée dans ce mémoire pour reprendre une approche proposée par Mc Daniel et Devine [37]. Cette ap-

[7]Seules les centrales et réservoirs de stockage impliquent des pertes. Les sources primaires d'énergie ont des pertes (par les procédés) que l'on peut déduire des données exogènes.

proche fut conçue pour accélérer la méthode originale de Benders en relaxant les contraintes d'intégralité pour un certain nombre d'itérations sans pour autant diminuer la garantie d'optimalité de Benders. De même, nous relaxerons les contraintes d'intégralité sur les premières itérations pour résoudre à l'optimum le PL du problème-maître[8]. Toutefois, pour les dernières itérations, nous suivrons la stratégie de l'heuristique. Nous souhaitons ainsi obtenir rapidement une bonne solution, obtenir l'optimalité n'étant pas nécessaire.

L'orientation de notre mémoire se résume donc à représenter, d'une part, dans un programme mathématique, la présence d'importants moyens de stockage de l'énergie (sous forme d'hydrogène) et, d'autre part, d'unir deux approches de solution définies par Côté[19] et Mc Daniel et Devine [37].

Nous tenons à rappeler que nous nous intéressons à la structure du problème (ou son modèle)[9], et notamment à développer un instrument d'analyse pour l'étude des propriétés systémiques des centrales de stockage de l'énergie sur la composition future des parcs d'équipements. C'est pourquoi le programme mathématique est un modèle déterministe du problème considéré avec un certain nombre d'hypothèses simplificatrices[10]. L'ambition de la partie expérimentale est, justement, de composer un logiciel dans ce but. Nous tâcherons d'examiner sommairement par quelques exercices à l'ordinateur, le comportement de l'algorithme et de souligner nos attentes à l'égard des plans d'investissements.

Le premier chapitre discute de la formulation du modèle. Le deuxième ex-

[8]On estime que le coût, en temps, de résoudre jusqu'à l'optimum un PL, plutôt qu' une simple recherche de solution réalisable, serait négligeable par rapport au temps de solution du GPP.

[9]C'est d'ailleurs la première chose à faire avant de développer un logiciel d'application de cette envergure.

[10]Nous référons le lecteur aux travaux récents de Bloom [9, 10] et Côté[18] pour les formulations stochastiques du problème.

pose l'approche de solution retenue, fondée sur une variante de la méthode de décomposition de Benders. Le troisième traite spécifiquement du sous-problème de flot à coût minimum avec multiplicateurs et de la structure des contraintes générées. Le dernier chapitre relate notre travail expérimental à l'ordinateur.

Chapitre 1

Problématique et modélisation

Notre modèle représente un problème de planification de l'expansion d'un parc d'équipements de production d'énergie électrique dans un contexte où le parc est à forte prédominance hydroélectrique. C'est un problème d'optimisation qui s'étend sur un horizon de plusieurs années, jusqu'à 20 ans ou 30 ans.

Le cas particulier qui nous intéresse considère en plus des possibilités de stockage à court terme de l'énergie (quotidien et hebdomadaire), la possibilité du stockage saisonnier. Une des technologies les plus prometteuses à cet égard est la centrale d'hydrogène électrolytique. Aussi, en plus de la demande d'énergie électrique proprement dite, nous incluons une demande d'hydrogène pour des fins industrielles, afin de bénéficier des économies d'échelle et de rentabiliser les centrales électrolytiques [1].

[1] Toutefois, notre modèle ne tient pas compte des revenus de ventes, mais seulement des coûts de production et d'investissement. On considère donc que la demande est fixe et connue à l'avance.

1.1 Variables, valeurs exogènes et hypothèses

La solution de notre problème d'optimisation devra produire les décisions suivantes :

- la date de mise en service des nouvelles centrales,
- la classe de centrales mises en service[2],
- le plan de production sur tout l'horizon pour chacune des classes de centrales,
- le plan de stockage des classes de centrales de stockage.

Le problème dépend d'un certain nombre de données exogènes :

- le nombre d'années considérées dans l'exercice de planification,
- la demande de puissance, d'énergie électrique et d'hydrogène industriel pour chaque période considérée dans le plan,
- les classes de centrales disponibles pour l'expansion du parc d'équipements,
- le nombre de centrales disponibles pour chaque classe,
- les dates permises pour la mise en service des centrales,

[2]Du point de vue du plan d'investissements, une classe de centrales regroupe toutes les centrales ou équipements de production ayant les mêmes coûts d'investissement. Les centrales et les réservoirs hydroélectriques d'une même vallée seront désignés par le terme *projet*. Dans ce texte, et du point de vue du plan d'investissements, un projet hydroélectrique est l'unique élément de sa classe. Toutefois, du point de vue des opérations d'un parc d'équipements, la notion de *classe* regroupe tous les équipements d'une même technologie, sans égard aux coûts d'investissement et aux capacités de production, ayant cependant les mêmes coûts de production et les mêmes pertes d'énergie. Ainsi, plusieurs projets hydroélectriques pourront se regrouper dans une même classe (vue du problème de production) que l'on désignera par le terme de *super-projet*. Le terme *centrale hydroélectrique* désignera, selon le contexte, les centrales d'un seul *projet* ou d'un *super-projet*.

- l'apport d'eau dans les réservoirs hydroélectriques du parc initial et des projets envisagés,
- la capacité de puissance et de stockage des centrales,
- les facteurs de perte d'énergie pour les centrales de stockage[3],
- le taux d'actualisation des investissements.

Pour nous situer dans le vaste domaine de la planification de l'expansion des firmes de production d'énergie électrique, nous définissons des hypothèses simplificatrices. On les partage en deux catégories : les *hypothèses fondamentales*, qui affectent la structure du problème et le choix de la procédure de solution et les *hypothèses accessoires* qui n'ont qu'une incidence sur l'implémentation, la structure de données et le codage de la procédure de solution. Rappelons que, d'abord et avant tout, nous simplifions le problème pour mieux saisir les effets de la structure de coût et de la demande sur le plan d'investissement et de production et, en particulier, l'effet sur les variables de décision de la présence dans le modèle des centrales de stockage saisonnier de l'énergie sous forme d'hydrogène. Pour notre étude, nous imposons les hypothèses qui suivent.

Les hypothèses fondamentales

1. Nous serons dans un contexte déterministe où toutes les quantités exogènes sont connues avec certitude, en particulier les apports naturels d'eau dans les réservoirs hydroélectrique, la demande d'énergie électrique et les capacités installées disponibles pour chaque classe de centrales,

[3]Les pertes associées aux centrales d'énergie primaire sont bien réelles dans l'industrie. Mais les données associées aux apports (ou à la consommation) d'énergie peuvent être corrigées pour rendre compte de cet effet.

2. On s'intéresse aux firmes ayant une production d'énergie à prédominance hydroélectrique.

3. Le temps est discrétisé. La demande, l'état des réservoirs, les apports dans les réservoirs, la production, etc, sont donc définis sur une succession de périodes de temps.

4. Le problème est linéaire. Les variables de décision épuisent donc les ressources en proportion de leurs valeurs. Les pertes des réservoirs sont proportionnelles à la quantité transférée d'une période de temps à l'autre. L'efficacité des centrales ne varie pas avec le niveau de production. Les investissements et les coûts de production sont respectivement proportionnels au nombre de centrales mise en service et à l'énergie produite.

Les hypothèses accessoires

1. Pour établir un plan de production d'énergie, nous agrégeons les centrales (ou projets) d'une même classe. Ceci touche autant les réservoirs (*c.-à-d.* la capacité de stockage) que la puissance.

2. La disponibilité des centrales est égale à la capacité installée.

3. Il n'y a aucun remplacement des centrales; elles ont une vie utile qui s'étend sur tout l'horizon.

4. Nous minimisons les coûts de production et d'investissement. La politique de prix et l'élasticité de la demande ne sont donc pas considérées.

5. On ignore les coûts de transmission de l'énergie électrique et de distribution de l'hydrogène aux clients.

6. On ne tient pas compte des contraintes sur les ressources d'investissement à chaque période de planification.

7. Aucune fonction de récompense n'est prévue pour l'état final des réservoirs hydroélectriques.

8. Les sources d'énergie primaire (sauf l'hydroélectricité) sont illimitées.

9. Toutes les classes de centrales sont soumises au même ensemble de dates possibles de mise en service.

10. On ne retient pas les contraintes de délais de contruction des centrales; on n'exclut donc pas les premières dates de mise en service pour certaines classes de centrales,

11. Il n'y a aucune contrainte logique relative aux projets mutuellement exclusifs.

12. La demande d'électricité est représentée par une distribution de puissance classée, sur des périodes de durée saisonnière.

13. Seule la demande prioritaire d'électricité est considérée et non pas les ventes optionnelles.

14. Les apports d'eau dans les réservoirs sont approximés en valeurs d'énergie potentielle.

15. Il n'y a aucune contrainte de développement régional (par exemple, une borne inférieure ou supérieure sur l'usage du charbon ou des ressources hydroélectrique).

16. Il n'y a aucune contrainte politique.

17. Nous avons un coût unitaire constant de l'énergie achetée.

La première hypothèse fondamentale n'est pas une limite majeure sur la valeur du modèle. Il y a bien sûr les contingences relatives aux apports dans les réservoirs qui pourraient engager des coût lors des saisons sèches. Il y a l'incertitude associée à la puissance de pointe ainsi qu'à la fiabilité des centrales elles-mêmes. Toutefois, ces considérations ne sont pas centrales à l'étude de l'effet de la structure de coût et de la demande sur le plan d'investissements. Et puis, il y a la difficulté d'estimer les coûts et les autres paramètres exogènes qui eux biaisent la solution. Il y a les facteurs humains avec leurs coûts intangibles, surtout lorsqu'on pense à l'opinion publique et à sa sensibilité à l'égard des pannes de courant.

Dans la pratique de la planification, les ingénieurs conçoivent la sécurité d'approvisionnement en termes de *marge de capacité supplémentaire* au-dessus de ce qui est requis pour satisfaire la demande [2]. Avec ces précautions, l'usage des représentations déterministes du problème de planification est fréquent. Néanmoins, plusieurs modèles stochastiques furent élaborés et expriment une grande préoccupation à l'égard de la nature aléatoire du problème. En particulier, il est instructif de consulter les travaux de Côté [17, 18] et de Bloom [9, 10].

En dernière analyse, la stabilité d'une solution optimale d'un modèle déterministe s'évaluera par les méthodes post-optimales en procédant à des variations de paramètres exogènes. Par ailleurs, les variations pertinentes de paramètres sont celles relatives au court terme, puisque les besoins futurs peuvent être réévalués à mesure que le temps passe.

La deuxième hypothèse fondamentale nous évite de compliquer la structure du modèle par l'ajout de variables entières liées au coût de démarrage des centrales thermiques, nucléaires, ou d'hydrogène. Comme nous le verrons plus loin, nous allons tirer avantage des variables entières se rapportant uniquement au choix

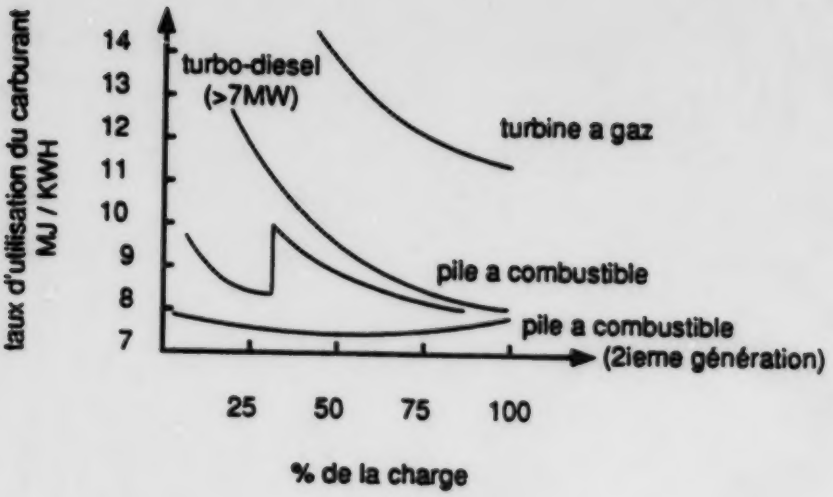


Figure 1.1: Courbes d'efficacité de quelques équipements[31].

d'investissement. Un contexte où les centrales hydroélectriques prédominent nous permet de négliger dans un exercice de planification les coûts réels de démarrage.

La troisième hypothèse fondamentale qui impose la discrétisation du temps permet l'usage de procédures efficaces de solution. D'ailleurs, cela fait partie de la pratique courante des ingénieurs en planification.

La dernière, celle de la linéarité du modèle, simplifiera la procédure de solution. A l'égard des variables d'investissement, nous sommes, à toutes fins pratiques, conformes à la réalité. Toutefois, pour la production d'énergie, les coûts varient de manière non linéaire. Celà est le fait d'un rendement (ou taux de consommation de combustible) différent des centrales selon la charge imposée (voir la figure 1.1). Avec l'incertitude des données exogènes de l'apport des pluies, une grande part d'erreur viendra de l'approximation de l'énergie dans les réservoirs hydroélectriques. Considérant, au surplus, l'incertitude associée à la demande d'énergie, on peut se permettre de donner un rendement linéaire à ces centrales.

Puisque notre travail veut insister sur la structure et la méthode de solution du problème posé par ce mémoire, et montrer en particulier comment on intègre au problème les centrales d'hydrogène pour les fins de stockage saisonnier et de ventes industrielles, nous nous épargnerons l'embarras de considérer les formulations précises qui rendraient compte des préoccupations réelles de l'ingénieur en planification. Nous en retirons aussi l'avantage de simplifier grandement la programmation de la méthode de solution.

C'est en ce sens que nous avons défini un certain nombre d'hypothèses simplificatrices, nommées hypothèses accessoires, telles les 1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 16, 17. Les autres hypothèses accessoires sont fréquemment imposées aux modèles. La quatrième est conséquente de la limite des analyses quantitatives. On ne peut englober toutes les dimensions économiques de l'entreprise. D'ailleurs, la classe de problème que nous traitons n'est qu'un maillon d'une chaîne d'études avant d'arriver à une décision d'investissement. Les résultats seront donc forcément grossiers et ne constituent qu'une première étape dans l'analyse économique des plans d'expansion de la firme.

La cinquième hypothèse est un problème d'optimisation en soi. Pour un traitement récent du sujet, on peut lire [12]. Dans le cadre d'un exercice de planification, ces coûts peuvent être considérés fixes et indépendants du plan d'investissement. La distribution de l'hydrogène aux clients industriels relève de la même approche. Toutefois, les coûts de distribution ne sont pas élevés, puisqu'il suffit de localiser les centrales d'hydrogène tout près des centres de consommation.

La douzième hypothèse impose une durée saisonnière à la *distribution de la puissance classée* . Cette durée est variable en général dans les exercices de planification. Comme notre intérêt se porte sur le stockage saisonnier, il faut donc une

durée maximale d'une saison associée aux cycles d'apport (les précipitations) dans les réservoirs hydroélectriques.

Ayant maintenant les hypothèses qui délimitent l'étendue du problème, nous pouvons l'énoncer sous la forme habituelle suivante.

1.2 Énoncé du problème

Minimiser un objectif Z tel que

$$Z = \begin{array}{l}\text{la somme des investissements dans}\\ \text{les centrales de production}\\ \text{d'énergie électrique}\end{array} + \begin{array}{l}\text{la somme des coûts}\\ \text{de production d'énergie}\\ \text{électrique}\end{array}$$

et soumis aux contraintes ci-dessous,

1. Contraintes des puissances de pointe:

   La somme des capacités de puissance de l'ensemble des centrales doit être supérieure ou égale à la puissance de pointe demandée entre chaque date de mise en service.

   Notons que la somme des capacités de puissance des équipements inclut, également, les centrales de stockage. Dans le cas des centrales d'hydrogène, avons décidé d'associer des variables de décision indépendantes à chaque composante de la centrale (*c.-à-d.* aux électrolyseurs, aux réservoirs et aux piles). Et, pour cette classe de contraintes, seules les piles ont des coefficients non nuls.

2. Contraintes de la demande agrégée d'énergie:

> La somme des capacités de production d'énergie primaire (excluant donc les centrales de stockage) de l'ensemble des centrales entre chaque date de mise en service, doit être supérieure ou égale à la somme totale de la demande d'énergie pour ces mêmes périodes de temps.

Cette contrainte est redondante par rapport à la cinquième qui suivra. Elle agrège toutes les demandes d'énergie représentées sur des segments de temps plus petits et qui subdivisent la période séparant deux dates de mise en service. Compte tenu de la procédure de solution retenue (*c.-à-d.* la méthode de décomposition de Benders), la présence de contraintes redondantes accélèrera la convergence de cette procédure.

Cette contrainte n'interférera pas avec la cinquième, car ces deux classes de contraintes participeront à deux problèmes différents. Ceci est inhérent à la structure du problème et à la procédure de solution qui décompose le problème en deux problèmes plus petits comme on le verra dans le prochain chapitre.

3. Contraintes de cumulation des investissements[4]:

> Les centrales mise en service demeurent en service jusqu'à la fin de l'horizon. Pour chaque classe de centrales, les accroissements de capacité s'additionnent pour exprimer la capacité totale d'une classe donnée à chaque date de mise en service.

[4]Notons que dans une formulation où nous voudrions inclure une politique de remplacement des centrales, deux types de variables seraient définies pour chaque classe de centrales: les variables cumulant les décisions d'une date de mise en service à une autre et les variables exprimant l'accroissement de la capacité à chaque date de mise en service.

Chaque projet hydroélectrique est unique et forme donc une classe à part du point de vue des contraintes de cumulation des investissements. L'ensemble des projets hydroélectriques n'est donc pas représenté par une seule variable de décision, mais par des variables binaires pour chaque projet. Toutefois, du point de vue de la production d'énergie (*c.-à-d.* tel que formulé pour le sous-problème de production de la procédure de Benders), les projets hydroélectrique sont agrégés (ou cumulés) en un seul paramètre exprimant la capacité de production et de stockage du parc des centrales hydroélectriques[5].

4. Contraintes de conservation de l'énergie des réservoirs agrégées:

   Pour chaque segment de temps, auquel nous associons une *distribution de la puissance classée* , l'état final du réservoir agrégé est égal à son état initial + le total des apports au réservoir – le total des sorties.

Les réservoirs auxquels on se réfère sont ceux des projets hydroélectriques et des centrales d'hydrogène. Les réserves pompées dans notre représentation n'ont aucun réservoir. Nous expliquerons cela dans une section subséquente.

5. Contraintes de la demande classée d'énergie:

   Pour chaque classe de charge définie par les *distributions de la puissance classée* , la somme de la production des centrales (incluant l'importation) doit être égale à la demande prioritaire d'énergie, aux besoins de stockage et à la demande d'hydrogène industriel.

6. Contraintes de capacité de production:

[5]Par précaution de langage, selon que l'on considère le programme d'investissement ou de production, la notion de classe impliquera des projets distincts ou agrégés respectivement.

La production de chaque classe de centrales ne peut être supérieure à leur capacité.

Il faut remarquer que la capacité disponible ne correspond pas toujours dans la réalité à la capacité installée, cela en vertu des politiques d'entretien des centrales et des pannes. Nous avons convenu de fixer la capacité disponible à la valeur installée.

1.3 Éléments constituants du modèle

Le problème étant énoncé, nous décrirons maintenant la représentation que nous ferons des éléments constituant le modèle avant de passer à l'expression formelle de celui-ci à la section 1.5. Un schéma synoptique se trouve à la figure 1.2.

1.3.1 La représentation des centrales

Pour notre modèle, on peut caractériser de manière générale les centrales de production d'électricité par deux composantes abstraites. Pour répondre à la demande de puissance, il y a l'unité de puissance définie par une borne supérieure sur la capacité des centrales à satisfaire cette demande. Pour répondre à la demande d'énergie, il y a le réservoir défini par une capacité de stockage de l'énergie. Quand une centrale est composée d'un réservoir, cela implique que l'énergie de source primaire n'est pas instantanément et indéfiniment disponible. Souvent, la disponibilité est variable dans le temps ou, encore, le coût est variable dans le temps. Toutefois, dans le cas des centrales ayant une source infinie d'énergie, les réservoirs ne sont évidemment pas représentés.

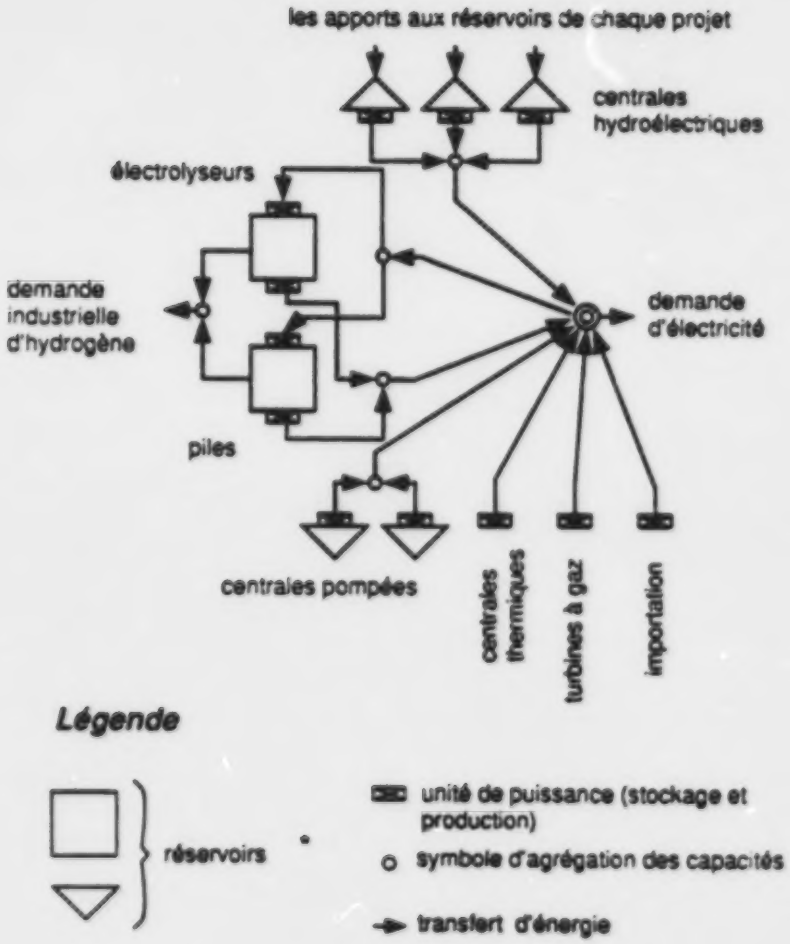


Figure 1.2: Schéma synoptique de la représentation des centrales.

Dans le cadre du problème de production, les composantes de puissance pour une même classe de centrales seront agrégées ainsi que les composantes de stockage (*c.-à-d.* les réservoirs).

Les projets hydroélectriques

Cette classe de centrales est constituée de deux composantes: les équipements de puissance (les turbines d'un barrage) et les réservoirs. Du point de vue du problème d'investissements, on désigne ces centrales en termes de *projets* indépendants. Chacun s'assimile à une seule composante de puissance et à un seul réservoir pour chaque projet de développement d'une vallée. En réalité, une vallée est un système complexe de réservoirs et de barrages (voir la figure 1.3). Toutefois, du point de

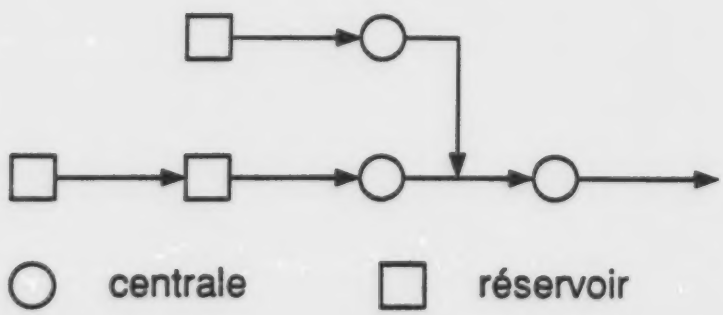


Figure 1.3: Vallée d'un projet hydroélectrique.

vue de la production d'énergie, tout les projets sont agrégés en un seul *super-projet* hydroélectrique. Certains ingénieurs en planification préservent l'indépendance des projets hydroélectriques au niveau du problème de production [19]. D'autres,

comme nous, créent un super-projet pour simplifier le problème[2]. Selon Côté [19], en préservant la complexité d'une vallée, on ne fait que compliquer le problème sans ajouter une meilleure précision à la solution, à tous le moins pour un parc à forte prédominance hydroélectrique.

Au super-projet on associe

- une puissance et un réservoir initial représentant l'ensemble des centrales hydroélectriques avant l'exercice de planification,
- un état initial du super-réservoir,
- une possibilité de déversement du trop-plein des réservoirs,
- une prévision d'apport pour chaque période à laquelle on associe une *distribution de la puissance classée* ,
- un facteur de perte d'énergie associé à l'évaporation de l'eau du réservoir pour l'eau stockée entre deux périodes de *distribution de la puissance classée* .

À chaque projet d'investissement qui serait éventuellement agrégé au super-projet, on associe

- une capacité de puissance,
- une capacité de stockage des apports (ou de l'énergie) provenant des précipitations,
- une prévision d'apports pour chaque période de *distribution de la puissance classée* .

Les autres sources d'énergie primaire

En plus de l'énergie hydroélectrique, d'autres sources (classes de centrales) d'énergie primaire sont disponibles: les turbines à gaz, les centrales thermiques

ou nucléaires, l'importation, etc. Ces centrales, n'ont qu'une seule composante : l'unité de puissance. Il n'y a pas de réservoir, puisque nous avons fait l'hypothèse d'une source infinie d'énergie pour ces centrales. Les investissements dans les centrales individuelles peuvent être agrégés (dans le sous-problème de production) en une seule *super-centrale* pour chaque classe de centrale sans affecter la précision de la solution.

Les centrales pompées

Ces centrales, qui stockent l'énergie, n'ont pas de réservoir dans notre représentation. Elles ont, bien sûr, un réservoir dans la réalité. Mais puisque nous restreignons l'usage de ces centrales aux périodes définies par une *distribution de la puissance classée* , la capacité du réservoir ne constitue plus une contrainte effective. La *distribution de la puissance classée* redistribue la fonction chronologique de la demande de puissance en une distribution monotone décroissante et, de ce fait, biaiserait les choix d'investissement (voir la section 1.4.2). Nous préférons ne pas représenter les réservoirs pour simplifier le modèle.

Restreindre les réserves pompées aux transferts de l'énergie d'une classe de charge à une autre dans une même *distribution de la puissance classée* est tout à fait acceptable puisque les réserves pompées stockeront l'énergie pour les besoins à court terme (jours, semaines). On avait déjà mentionné que la durée des *distributions de la puissance classée* serait de durée saisonnière.

À l'unité de puissance d'une réserve pompée correspond une capacité maximale de puissance pour le pompage égale à la capacité maximale de puissance pouvant être livrée pour la demande. On y associe un coefficient d'efficacité qui tient compte

des pertes dues au procédé de transformation de l'énergie électrique en énergie gravitationnelle, et vice versa.

Ici aussi, nous considérons ces centrales comme des *projets*, c'est-à-dire qu'ils sont tous uniques quant à leur conception. On les agrégera en une *super-centrale* lorsqu'il sera question du problème de production.

Les centrales d'hydrogène

Les centrales d'hydrogènes ont trois types de composantes : l'unité de puissance produisant l'hydrogène (l'électrolyseur) par l'électrolyse de l'eau, l'unité de puissance pour satisfaire la demande (la pile à combustible d'hydrogène) et le réservoir qui stockera l'hydrogène.

Comme dans le cas des centrales précédentes, le problème de la production agrégera les capacités respectives des trois types de composantes pour l'ensemble des centrales d'hydrogène du parc d'équipements.

Ces centrales répondent, principalement, aux besoins de stockage saisonnier de notre modèle. Elles peuvent dans la réalité, répondre aux besoins de stockage à plus court terme ou transannuel. Finalement, elles ont aussi à satisfaire la demande d'hydrogène pour des fins industrielles.

Notre modèle permet l'usage de variables de décision ayant une incidence sur le «design» des centrales. Contrairement aux décisions prises pour les projets hydroélectriques, nous pourrons décider de la valeur de l'accroissement de la capacité agrégée des composantes de manière indépendante entre elles. Dans le cas hydroélectrique, chaque décision d'investissement dans un projet engage à la fois

un accroissement déterminé de la capacité agrégée des réservoirs et des unités de puissance pour cette classe de centrales.

Pour une représentation des réservoirs de stockage de l'hydrogène, notre modèle pourrait en considérer deux types. Il y a les réservoirs souterrains (cavernes naturelles ou excavées), uniques à cause du site particulier et du coût d'investissement. En ce sens, on les considère comme des projets.

Il y a aussi les réservoirs manufacturés pour le stockage de l'hydrogène sous forme liquide, d'hydrure métallique ou sous forme d'un intermédiaire liquide, un « hydrure liquide », comme le méthylcyclohexane. Ces réservoirs ont un caractère modulaire pouvant être fabriqués en plusieurs exemplaires. Ce ne sont donc pas des projets dans notre représentation.

Aux réservoirs correspond une capacité de stockage et un facteur de perte pour l'hydrogène stocké entre deux périodes de *distribution de la puissance classée* . Il n'y a pas de limite à satisfaire la demande instantanée (*c.-à-d.* le taux) pour l'hydrogène industriel, outre bien sûr les limites de la capacité agrégée des réservoirs.

Les piles et les électrolyseurs sont, aussi, modulaires et accessibles en plusieurs exemplaires. A ces unités de puissance correspond une borne supérieure sur la puissance livrée et un facteur d'efficacité pour transformer l'énergie d'une forme à une autre.

1.3.2 La demande et les composantes d'une centrale

Puisque la demande s'impose à deux niveaux, soit la demande en puissance et en énergie, nous aurons à définir le coût des centrales pour satisfaire indépendamment ces deux formes de la demande.

Pour satisfaire la demande de puissance, seul un investissement initial dans les installations physiques suffit pour la période de service d'une centrale. Il n'y a donc aucun coût d'opération associé au niveau de la puissance livrée (*c.-à-d.* la charge) par une centrale.

Satisfaire la demande d'énergie engage toutefois des coûts d'opération et, telle que modélisée, elle engage des installations physiques qui satisfont aussi la demande de puissance. Cependant, ce n'est pas la demande d'énergie, dans le modèle, qui déterminera la capacité totale du parc d'équipements, car celle-ci est plutôt le résultat des contraintes sur la puissance de pointe pour chaque période considérée. Dans un certain sens, la capacité de production est découplée de la demande d'énergie. Par contre, la demande d'énergie aura une incidence sur la composition du parc d'équipement en vertu des coûts de production impliqués.

A l'égard des installations de stockage (*c.-à-d.* les réservoirs), la demande d'énergie est seule à déterminer leur capacité. La demande de puissance n'a aucune incidence sur les investissements dans les réservoirs de stockage.

Pour le cas des centrales hydroélectriques, les composantes de stockage et de puissance ne sont pas représentées indépendamment. Dans leurs modèles, les ingénieurs en planification assimilent à l'investissement initial en capacité de puissance les installations physiques nécessaires au stockage de l'énergie. De cette

manière, la capacité de puissance est associée au coût total du capital et la production d'énergie au coût d'opération seulement.

Les centrales d'hydrogène peuvent se définir autrement. Par la nature modulaire de leurs composantes, la capacité des équipements de stockage est déterminée par la demande d'énergie. Les centrales hydroélectriques et les centrales pompées n'ont pas ce caractère modulaire. Leur conception dépend du site géographique envisagé. Ainsi, sans que la demande de puissance imposée aux centrales d'hydrogène ne change, l'accroissement de la demande d'énergie pourra accroître la capacité de stockage sans qu'il soit nécessaire d'installer, dès la mise en service des sites, toute la capacité nécessaire pour le futur. En ce sens, contrairement aux autres centrales mentionnées ci-haut, le coût de capacité de stockage de l'énergie n'est pas assimilé à l'investissement dans les unités de puissance.

En introduisant dans la formulation du modèle les caractéristiques modulaires des centrales d'hydrogène, nous nous ouvrons, dans le problème de planification, aux possibilités de « design » de cette classe de centrales. Ainsi, la solution d'un exercice de planification pourra prescrire des paramètres de conception aux ingénieurs qui aménageront le site des centrales.

1.3.3 La représentation de la demande et du temps

Notre mémoire s'intéresse surtout au comportement saisonnier de la demande d'électricité, tel qu'illustré à la figure 1.4.

La puissance disponible doit, en tout temps, être supérieure ou égale à la puissance demandée, de même pour l'énergie. Dans la réalité, les nécessités d'entretien font que la puissance disponible ne correspond pas à la puissance installée du parc

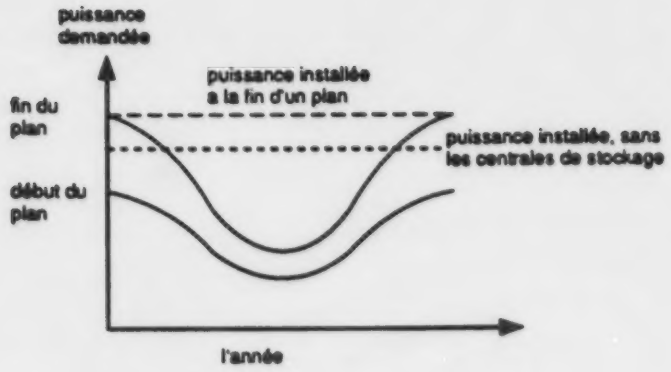


Figure 1.4: La demande saisonnière.

d'équipement. Notre mémoire exclut cet possibilité, car cette aspect de la réalité ne contribue pas à comprendre l'effet des centrales de stockage saisonnier sur la politique d'investissements et de production.

Nous nous attardons plutôt aux cas exemplifiés par la figure 1.4. Partant d'une courbe de la demande où il n'y a pas de centrale de stockage saisonnier pour la satisfaire, nous considérons la progression de celle-ci de manière qu'elle entraînera une recomposition du parc d'équipement ayant pour nouvelle composante les centrales d'hydrogène. Cette classe de centrales s'imposera, à tout le moins, au programme d'investissements et de production par le biais de la demande d'hydrogène industriel, en marge de la gestion saisonnière de la demande d'énergie électrique.

Notre représentation de la demande segmentera l'année en périodes auxquelles nous associons une *distribution de la puissance classée* , figure 1.5. Ces périodes correspondent aux saisons de fortes et faibles précipitations. Ainsi, les transferts de l'énergie hydroélectrique vers les périodes sèches sont représentés avec un

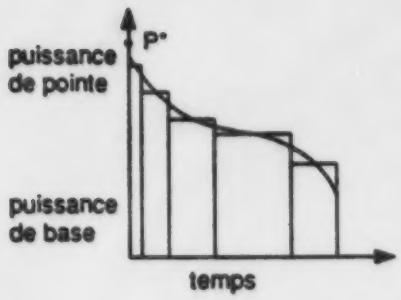


Figure 1.5: La distribution de la puissance classée discrétisée.

minimum de périodes. A l'intérieur de chacune de ces périodes saisonnières, la demande (chronologiquement distribuée) est redistribuée en une fonction monotone décroissante, puis discrétisée en une fonction de la puissance constante par morceau. Cette représentation de la demande suppose que le coût et la disponibilité de l'énergie dépendent uniquement de la grandeur de la puissance demandée et non du temps. Le coût et la disponibilité de l'énergie pour les centrales hydroélectriques sont indépendants du temps à l'intérieur des périodes saisonnières que nous avons définies. Nous le supposons aussi pour les autres classes de centrales.

Il y a plusieurs raisons de préférer la discrétisation d'une distribution de la puissance classée , plutôt que celle d'une *distribution chronologique de la puissance*. La représentation discrétisée de la puissance de pointe par une distribution de la puissance classée est plus proche de la valeur réelle (figure 1.6).

Une valeur inférieure de la puissance de pointe pourrait à la limite biaiser les choix d'investissements en faveur des centrales intermédiaires ou de base. Puisque

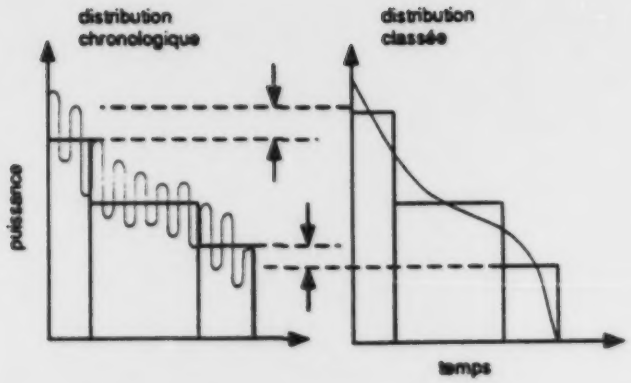


Figure 1.6: La représentation de la pointe.

la consommation d'énergie s'effectue à des niveaux de puissance inférieurs, l'énergie pourra être livrée par les centrales de base consacrées à fournir d'immenses quantités d'énergie avec un coût unitaire d'énergie inférieur aux équipements de pointe. Cet effet sera discuté plus en détail ultérieurement.

Finalement, le temps sera discrétisé à un autre niveau pour le programme d'investissement. Il y aura des dates de mise en service prévues pour satisfaire les besoins de la demande d'électricité à l'intérieur d'une période de plusieurs années (figure 1.7).

1.4 Propriétés systémiques du problème

Dans cette section, nous nous intéressons dans un premier temps au comportement général d'un plan optimal d'investissement par rapport aux caractéristiques de la demande et des équipements. Puis, nous regarderons en quoi la formulation du modèle peu induire certains biais dans la solution du programme (*c.-à-d.* dans le

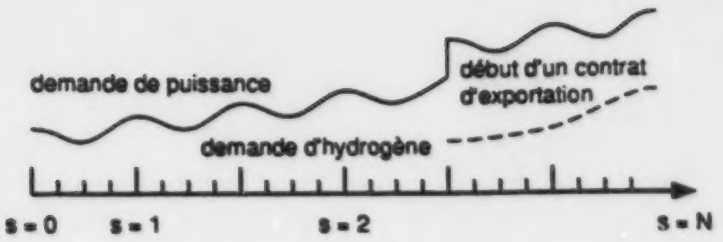


Figure 1.7: Les dates de mise en service

modèle peu induire certains biais dans la solution du programme (*c.-à-d.* dans le plan optimum d'investissement).

1.4.1 L'effet de la puissance demandée et de sa durée sur le choix des équipements

On sait que la demande se manifeste à deux niveaux : la puissance et l'énergie. Selon que la progression de la demande d'électricité soit marquée principalement en faveur de la puissance ou de l'énergie (*c.-à-d.* la durée de la puissance demandée), les investissements optimaux (ou quasi-optimaux) structureront la composition du parc d'équipements en conséquence. Cette structure relève des fonctions complémentaires des centrales, et ceci en vertu de leurs caractéristiques économiques.

Comme on a déjà écrit, de manière générale les centrales impliquant un important investissement initial ont un faible coût d'opération. Autrement dit, le coût

de l'accroissement unitaire de la puissance est élevé et le coût de la production unitaire d'énergie est faible. On qualifiera ces équipements de *centrales de base.*

Inversement, les centrales impliquant un faible investissement initial ont, de manière générale, un coût d'opération élevé. On dira donc que le coût de l'accroissement unitaire de la puissance est faible et le coût de la production unitaire d'énergie est élevé. On qualifiera ces équipements de *centrales de pointe.* On parlera de *centrales intermédiaires* pour désigner les centrales dont les caractéristiques économiques sont entre les centrales de pointe et de base.

Lorsque l'accroissement de la demande en puissance a une courte durée, la solution au problème d'investissement favorisera les centrales de pointe, bénéficiant du faible coût de l'accroissement de la puissance. Malgré le coût élevé de l'énergie, la quantité produite est insuffisante pour empêcher l'investissement dans les centrales de pointe (figure 1.8). Mais plus la durée de l'accroissement de la puissance augmente, plus il sera question de favoriser les centrales de base et ainsi bénéficier du faible coût de l'énergie. Ceci compenserait le coût élevé de l'accroissement de la puissance installée des centrales de base. La figure 1.9 présente deux scénarios de la progression de la demande et leur conséquence sur l'investissement.

Aussi, la demande d'hydrogène industriel augmente la demande de puissance à mesure que le taux (ou débit) d'hydrogène demandé est élevé. La demande d'énergie augmente à mesure que la quantité (et non le taux) d'hydrogène demandée augmente. Ces effets sur la puissance et l'énergie demandées ont les conséquences que nous avons signalés ci-haut.

Le rôle des centrales de stockage permet de différer la production d'énergie primaire de la période de pointe de la puissance à la période de creux où le coût

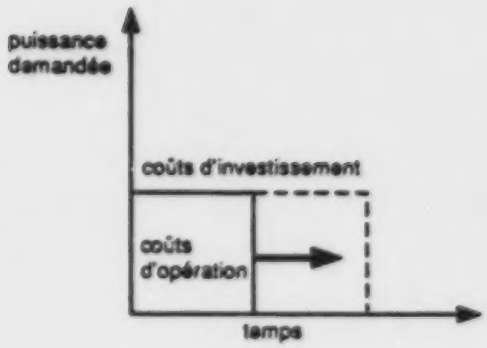


Figure 1.8: Incidence économique de la puissance et sa durée.

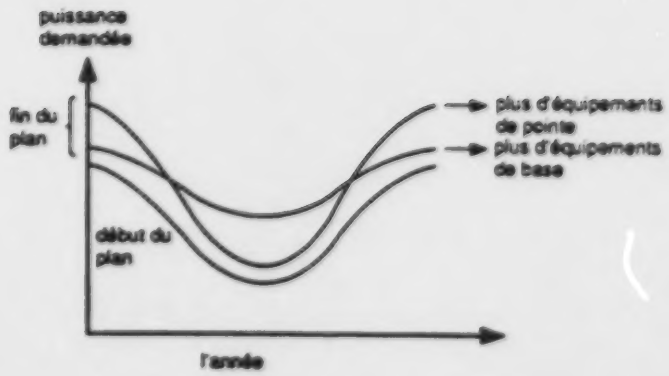


Figure 1.9: Incidence des courbes saisonnières sur l'investissement.

de l'énergie est plus avantageux et, ce faisant, favorise l'investissement dans les centrales de base. Cela présume une disponibilité d'énergie primaire durant les périodes de creux saisonnier.

En résumé, la composition optimum du parc d'équipement en un point donné du temps dépend du coût relatif des capitaux et des opérations entre les sources alternatives d'énergie et de la structure de la demande sur toute durée du plan d'investissement.

1.4.2 Les biais du modèle

Outre les commentaires faits à propos des hypothèses, nous soulevons ici des aspects du modèle susceptibles de biaiser la solution finale.

La discrétisation de la demande

Nous avons fait référence plus tôt à la représentation de la demande par une distribution de la puissance classée. Il fut décidé de discrétiser cette représentation comme à la figure 1.5. Le parc de centrales aura à satisfaire chaque palier de la distribution selon la demande d'énergie ($P_i \times \theta_i$) et la demande de puissance maximale (P^*)[6].

Selon que le nombre de paliers pour la discrétisation de la distribution de la puissance classée est plus ou moins grand, ou que leur durée diffère, la composition du parc de centrales peut changer (figure 1.10).

[6] P^* est un palier de durée égale à zéro. Il est généralement surévalué afin d'imposer une marge de sécurité au plan d'investissements.

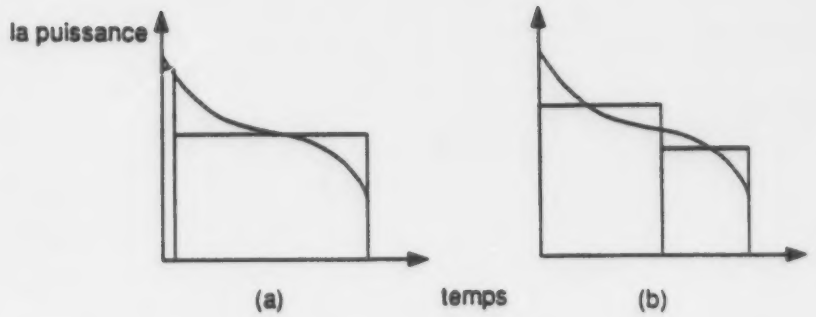


Figure 1.10: Les discrétisations imparfaites de la *distribution de la puissance classée*.

Lorsque la puissance de pointe est grossièrement représentée (figure 1.10 (b)), la solution du programme de planification tendra à défavoriser l'investissement dans les centrales de fine pointe (turbines à gaz) en faveur des centrales intermédiaires. Lorsqu'il y a peu de paliers et que la puissance de pointe est finement représentée (figure 1.10 (a)), nous favorisons l'investissement dans les centrales de fine pointe et de base au détriment des centrales intermédiaires ou de base. Une distribution de la puissance classée finement discrétisée (figure 1.5) atténuerait ces biais dans la solution du programme. Toutefois, cela serait au prix d'un effort de calcul accru. Étant donné l'imprécision des valeurs exogènes, nous décidons de simplifier le problème en ayant peu de paliers de discrétisation et en ajoutant P^* afin de garantir la pointe de puissance demandée.

Les dates permises de mise en service

Nous réduisons l'effort de calcul, en définissant un «juste» nombre de dates permises de mise en service[7], en ayant des écarts de temps relativement grands entre chaque date de mise en service. On peut même préférer un écart croissant entre ces dates puisque la précision de la solution est plus importante au début de la période de planification. À mesure que les années passent, l'exercice de planification pourra être répété (figure 1.7). Aussi, l'écart de temps entre la dernière date de mise en service et l'horizon sera plutôt grand pour atténuer l'effet de «fin du monde» . La demande d'énergie n'étant pas définie au-delà de l'horizon, les équipements de pointe pourraient être favorisés à mesure que la dernière date de mise en service se rapproche de l'horizon.

L'effet d'un écart de temps entre deux périodes de mise en service est de produire des investissements prématurés pour satisfaire la pointe de la demande qui précède la prochaine date de mise en service.

Les centrales pompées et la distribution de la puissance classée

Les centrales pompées sont généralement consacrées à l'exploitation des variations quotidiennes ou hebdomadaires de la demande. Toutefois, nous avons représenté la demande par des distributions de la puissance classée qui s'étendent sur une période saisonnière, ce qui nous fait perdre l'information sur les variations quotidiennes ou hebdomadaires de la demande.

Par conséquent, nous avons décidé qu'il était inutile de représenter les réservoirs des centrales pompées, puisque la contrainte de capacité des réservoirs n'aurait au-

[7] En anglais on dit, *commissionning time*.

cune signification dans le contexte de notre représentation de la demande. En incluant les contraintes de stockage pour les réservoirs, notre modèle, par les choix d'investissement, permettrait des opérations de stockage dont l'énergie stockée serait supérieure au besoin du cycle de stockage.

De même, en perdant les variations chronologiques de la demande, le modèle permet des investissements dans des centrales ayant une capacité cumulée de puissance supérieure à ce qui est exigé par le cycle de stockage (voir la figure 1.11).

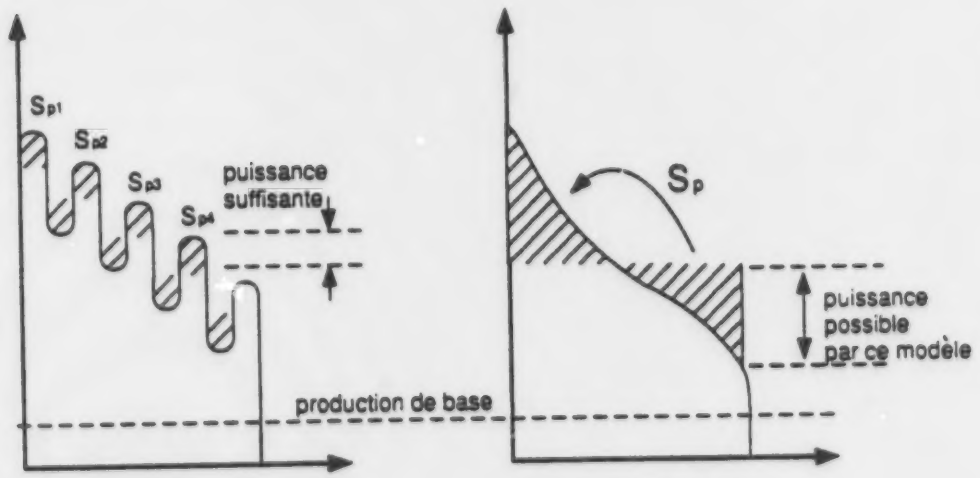


Figure 1.11: Le stockage à court terme.

L'étalement de la demande industrielle d'hydrogène

Nous avons décidé d'étaler uniformément la demande d'hydrogène industrielle sur la durée de la distribution de la puissance classée . Si, en réalité, le taux d'hydrogène industriel demandé varie sur la durée de la distribution de la puissance classée , notre modèle n'en tiendra pas compte. Il définira plutôt une moyenne sur cette durée. La raison est que nous supposerons que la demande d'hydrogène n'est pas assez prévisible sur une aussi petite période de temps pour justifier un raffinement de la demande.

Puisque le taux d'hydrogène industriel demandé induit une demande de puissance sur les centrales d'énergie primaire, l'effet de l'étalement pourrait diminuer la demande de pointe. Par conséquent, la solution du programme de planification sera biaisée en défaveur des centrales de pointe.

L'effet de l'agrégation des classes de centrales

Toutes les classes de centrales subissent une agrégation de leur capacité de production et de stockage dans le sous-problème de production. Toutefois, les équipements susceptibles de biaiser la solution du programme de planification sont les projets hydroélectriques.

Relativement aux contraintes d'investissement, notre modèle agrège les centrales et les réservoirs hydroélectriques d'une vallée. Chaque vallée est ainsi assimilée à un projet. Pour les contraintes de production, tous les projets sont agrégés en un super-projet.

La relaxation de la structure de dépendance entre les réservoirs et les centrales, et l'agrégation des capacités en une seule composante de puissance et de stockage accroîtront la disponibilité de l'énergie hydroélectrique(figure 1.12). Nous croyons que l'effet d'une plus grande disponibilité de l'énergie hydroélectrique sur la solution du programme de planification, est de favoriser l'investissement dans les projets hydroélectriques.

L'agrégation des centrales n'ayant qu'une seule composante, l'unité de puissance (*ex.* thermique, turbine à gaz, etc.) est sans conséquence puisqu'il n'y a pas de structure de dépendance entre plusieurs composantes. Les centrales d'hydrogène, en vertu de leur caractère modulaire, seront affectées des modules de puissance et de stockage aux sites appropriés sans contraintes. Ces centrales, n'ont pas de capacité de stockage et de puissance rigidement liées. Il n'y a donc aucun biais sur la solution du programme à cet égard.

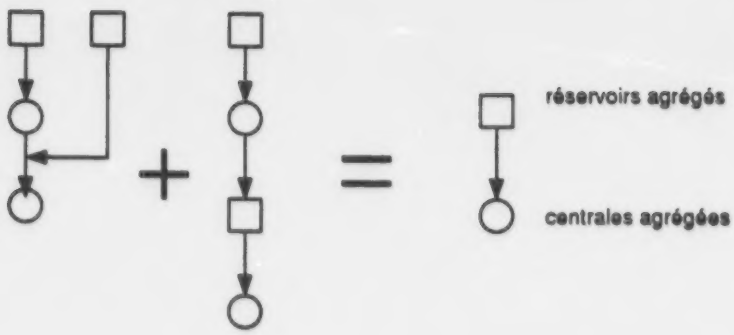


Figure 1.12: L'agrégation des projets hydroélectriques.

1.5 Formulation mathématique du modèle

La formulation mathématique suivra de près la section 1.2 sur l'énoncé du problème. Après avoir exposé sa forme détaillée, nous présenterons sa forme abrégée.

1.5.1 La forme détaillée

Définitions et notation

Les variables

$x_{c,s}$: Variable de cumulation des investissements pour la classe de centrales c à la date de mise en service s.

$y_{(u[t_i],v[t_j])}$: Variable de production ou de stockage de l'énergie, correspondant à un arc dans une représentation sous forme de réseau du problème de production d'énergie (voir p.56).

Les valeurs exogènes

a_c : Capacité de puissance pour le stockage ou la production d'énergie, d'une unité de puissance de la classe de centrales (ou d'équipements) c.

$\hat{a}_c$: Capacité de stockage, en énergie, d'un réservoir de la classe de centrales c.

$d_{p,t}$: Demande d'énergie représentées par une distribution de la puissance classée pour le palier p à la période t.

I_t : Demande d'hydrogène industriel à la période t exprimée en unité d'énergie.

$\theta_{p,t}$: Durée du palier p de la période t pour une distribution de la puissance classée

.

$\beta_{(u,v)}$: Facteur de perte d'un flot sur un arc de réseau (u, v). La perte peut correspondre à l'inefficacité des équipements ou à « l'évaporation » de l'énergie des réservoirs de stockage.

$w_{(u[t])}$: Apport dans le réservoir hydroélectrique du projet u à la période t.

Notations sur les ensembles

D_s : L'ensemble des paliers de toutes les distributions de la puissance classée définies entre la date de mise en service s et $s + 1$.

C : L'ensemble de toutes les classes de centrales. Les sous-ensembles de C seront définis plus loin.

DPC_t : L'ensemble des paliers de la distribution de la puissance classée de la période t.

T_s : L'ensemble des distributions de la puissance classée entre les dates de mises en service s et $s+1$.

Les couplets $(u[t_i], v[t_j])$ qui apparaîtront en indice dans les contraintes de réseaux auront les symboles suivants pour désigner les noeuds :

h : Les centrales hydroélectriques.

tg : Les turbines à gaz.

ip : Les équipements d'interconnexion pour l'importation de l'énergie.

th : Les centrales thermiques.

cp : Les centrales pompées.

h2 : Les centrales d'hydrogène.

Nous explicitons la nature des noeuds, car chacun de ceux-ci structurent de manière particulière le réseau, à l'exception, toutefois, de "tg","ip" et "th" qui structurent identiquement le réseau (figure 1.13).

Les autres symboles et quantités seront définis à mesure que les contraintes seront écrites.

Le programme mathématique

- **Les contraintes sur les investissements en capitaux.**

Contraintes pour satisfaire les puissances de pointe:

$$\sum_{c \in C} a_c x_{c,s} \geq P_s^* + P_s^\circ \quad \forall s \tag{1.1}$$

où $P_s^* \equiv \max_{t,p} \{(m+1) \frac{d_{t,p}}{\theta_{t,p}} \mid t,p \in D_s\}$ est la puissance maximale d'électricité demandée entre deux dates de mise en service s et $s+1$. $(m+1)$ correspond à une marge de sécurité. $P_s^\circ \equiv \max_t \{\frac{I_t}{\sum_p \theta_{t,p}} \mid t \in T_s\}$ est le taux maximal d'hydrogène industriel demandé entre deux dates de mise en service s et $s+1$.

Contraintes de la demande agrégée de l'énergie:

$$(\sum_{c \in C_p} a_c x_{c,s}) \Delta_s \geq E_s^* + E_s^\circ \quad \forall s \tag{1.2}$$

où $\Delta_s = \sum_{t,p \in D_s} \theta_{t,p}$, $E_s^* = \sum_{t,p \in D_s} d_{t,p}$, $E_s^\circ = \sum_{t \in T_s} I_t$. et où C_p correspond à la classe des centrales d'énergie primaire.

Contraintes de cumulation des investissements:

$$x_{c,s+1} - x_{c,s} \geq 0 \quad \forall s,c \tag{1.3}$$

où les projets (hydroélectriques et de centrales pompées en l'occurence) ont une contrainte de borne supérieure égale à un, ce qui n'est pas le cas pour les autres types de centrales, qui n'ont pas un caractère unique.

Les contraintes suivantes correspondent à une structure de réseau. Dans ce réseau, la variable $y_{(u[t_i],v[t_j])}$ correspond à un arc de réseau et le couplet entre

parenthèses se réfère aux noeuds origine-destination. $u[t_i]$ ou $v[t_i]$ représente à un temps t_i l'un des noeuds suivants : une centrale de production ou de stockage, une demande d'énergie, un noeud à flot libre, une source à flot fixe, ou un puits à flot fixes (figure 1.13). Les simplets entre parenthèses représentent les projets (ou les équipements du parc initial) pour lequel il y a un flot fixe exogène associé aux noeuds (ou à la contrainte). Lorsque t, l'indice de la période de temps, n'apparaît pas à côté du noeud représenté dans le couplet, cela indique que le noeud n'est pas reproduit pour chaque période de temps et qu'il est unique; ou, lorsque t est complètement absent du couplet, le paramètre auquel est fixé le couplet ne dépend pas du temps.

• Les contraintes de réseaux pour la production d'énergie.

Contraintes de conservation de l'énergie des centrales hydroélectriques agrégées:

$$\beta_{(A,A)}\, y_{(A[t-1],A[t])} + w_{(A^a[t])} + \sum_{c \in C_A} w_{(c[t])}\, x_{c,a} - \sum_{p \in DPC_t} y_{(A[t],d[t,p])} = y_{(A[t],A[t+1])} \qquad \forall t \qquad (1.4)$$

C_A correspond à la classe des projets hydroélectriques. Le noeud $d[t, p]$ n'est pas associé, strictement, à la demande d'énergie électrique mais plutôt à un carrefour de transfert d'énergie. Il reçoit l'énergie des centrales et l'achemine au puits universel (nommé aussi puits à flot fixe et désigné par *pf*) où bien aux centrales de stockage. Dans notre représentation, les apports $w_{(A^a[t])}$ et $w_{(c[t])}$ aux réservoirs viennent d'une seule source à flot fixe (désignée *sf*) dont le flot est égal à la somme des apports de tout le plan. L'arc qui véhicule l'apport au super-réservoir hydroélectrique aura toujours une capacité égale à l'apport. La différence entre le flot et la capacité de l'arc correspond au déversement du trop-plein des réservoirs (*c.-à-d.* le *spill*). L'ensemble des déversements sera agrégées et passera par l'arc $y_{(sf,nl)}$ en direction du noeud à flot libre[8] (désigné *nl*).

Contraintes de conservation de l'énergie des centrales d'hydrogène agrégées:

$$\beta_{(A2,A2)}\, y_{(A2[t-1],A2[t])} + \beta_{(d,A3)} \sum_{p \in DPC_t} y_{(d[t,p],A3[t])}$$

[8]On dit *noeud à flot libre* pour signifier qu'il n'y a pas de contraintes de conservation du flot associé à ce noeud.

$$-\sum_{p\in DPC_t} y_{(A2[t],d(t,p))} - I_t = y_{(A2[t],A2[t+1])} \quad \forall t \qquad (1.5)$$

$\beta_{(d,A2)}$ correspond à l'efficacité des électrolyseurs et $\beta_{(A2,A2)}$ aux pertes dues au temps de stockage dans les réservoirs d'hydrogène. La production d'hydrogène industriel est représentée par $y_{(A2[t],p')}$. I_t n'est pas directement associé aux noeuds représentés par cette classe de contraintes. En fait, l'arc $y_{(A2[t],p')}$ de capacité égale à I_t se rendra au puits universel qui agrégera l'ensemble des demandes d'énergie électrique et d'hydrogène industriel.

Contraintes de conservation de l'énergie des centrales pompées agrégées:

$$\beta_{(d,cp)} \sum_{p\in DPC_t\setminus 1} y_{(d(t,p),cp(t))} - \beta_{(cp,d)} \sum_{p\in DPC_t\setminus n} y_{(cp(t),d(t,p))} = 0 \quad \forall t \qquad (1.6)$$

On définit par n le dernier palier de puissance de DPC_t.

Contraintes de la demande classée:

$$\sum_{c\in C} \beta_{(c,d)}\, y_{(c(t),d(t,p))} - \sum_{c\in C_r} y_{(d(t,p),c(t))} = d_{t,p}\theta_{t,p} \quad \forall t,p \qquad (1.7)$$

où C_r correspond à la classe des centrales de stockage. $\beta_{(c,d)}$ est un facteur d'efficacité qui s'applique à la production des centrales de stockage.

Contraintes de conservation de l'énergie des centrales d'énergie primaire n'ayant pas de réservoir de stockage

$$\sum_{t,p} y_{(c,\xi,s,t)} = y_{(s,c)} \quad \forall c \in C_{PSR} \tag{1.8}$$

où C_{PSR} est l'ensemble des classes de centrales d'énergie primaire n'ayant pas de réservoir de stockage (*ex.* les centrales thermiques, les turbine à gaz).

• Les contraintes de capacité de production

Pour satisfaire la demande d'énergie:

La capacité des projets (*ex.* hydroélectriques, centrales pompées).

$$y_{(\xi,s,t,p)} \leq (a_\xi^o + \sum_{c \in C_\xi} a_c x_{c,s}) \theta_{t,p} \quad \forall s, \quad \forall t,p \in D_s, \quad \forall \xi \in C_P \tag{1.9}$$

où C_P est l'ensemble des classes de centrales centrales qui sont des projets. a_ξ^o est la capacité de puissance initiale.

La capacité des classes de centrales qui ne sont pas des projets (*ex.* turbines à gaz, centrales thermiques)

$$y_{(\xi,s,t,p)} \leq (a_\xi^o + a_\xi x_{\xi,s}) \theta_{t,p} \quad \forall s, \quad \forall t,p \in D_s, \quad \forall \xi \in C_{NP} \tag{1.10}$$

où C_{NP} est l'ensemble des classes de centrales qui ne sont pas des projets.

Pour stocker l'énergie:

La capacité des projets (*e.g.* centrales pompées)

$$y_{(s,t,p,\xi)} \leq (a_\xi^o + \sum_{c \in C_\xi} a_c x_{c,s}) \theta_{t,p} \quad \forall s, \quad \forall t,p \in D_s \quad \forall \xi \in C_{PS} \tag{1.11}$$

où C_{PS} désigne l'ensemble des classes de projets de centrales de stockage.

La capacité des centrales qui ne sont pas des projets (*e.g.* d'hydrogène),

$$y_{(a[t,p],\xi[t])} \leq (a^{o}_{\xi} + a_{\xi} x_{\xi,s})\theta_{t,p} \quad \forall s, \quad \forall t, p \in D, \quad \forall \xi \in C_{NPS} \tag{1.12}$$

où C_{NPS} désigne l'ensemble des classes de centrales de stockage qui ne sont pas des projets.

Pour les réservoirs:

Le réservoir agrégé hydroélectrique,

$$y_{(h[t],h[t+1])} \leq \sum_{c \in C_h} \hat{a}_c x_{c,s} + \hat{a}^{o}_{h} \quad \forall s, \quad \forall t \in T, \tag{1.13}$$

où $\hat{a}^{o}_{h}$ correspond à la capacité initiale.

Le réservoir agrégé d'hydrogène,

$$y_{(h2[t],h2[t+1])} \leq \sum_{c \in C_{h2P}} \hat{a}_c x_{c,s} + \sum_{c \in C_{h2NP}} \hat{a}_c x_{c,s} \quad \forall s, \quad \forall t \in T, \tag{1.14}$$

où C_{h2NP} correspond à l'ensemble des classes de réservoirs qui ne sont pas des projets (i.e. modulaires ou manufacturés), et C_{h2P} est l'ensemble des projets de réservoirs (*e.g.* les cavernes).

L'objectif du programme mathématique est de minimiser la fonction linéaire suivante:

$$Z = \sum_{c,s} c_{c,s}\, x_{c,s} + \sum_{i,j} f_{ij}\, y_{(i,j)} \tag{1.15}$$

où

$c_{c,s}$: Le coût d'un investissement dans la classe de centrales (ou équipements) c à la période de mise en service s.

f_{ij} : Le coût de production ou de transfert d'énergie entre les centrales de production, de stockage et la demande.

La figure 1.13 illustre un exemple simple d'un réseau qui sous-tend le problème de production. Cet exemple, d'un réseau partiellement représenté, s'étend sur deux distributions de la puissance classée à trois paliers de demande chacune. On reconnaîtra le noeud à flot libre nl qui constitue la source infinie d'énergie pour les centrales d'énergie primaire et qui correspond à la contrainte absente du sous-problème de production afin de préserver l'indépendance linéaire des bases du système d'équations.

1.5.2 La forme abrégée

La forme abrégée permet de faire ressortir la structure du programme mathématique qui nous intéresse. Elle permet ainsi de choisir une méthode de solution adaptée.

Elle s'exprime comme suit :

$$\min \quad cx + dy$$

s.c.

$$Fx + \geq b_1 \qquad (1)$$

$$Ax + Dy \geq b_2 \qquad (2)$$

$$x \geq 0, \text{ entier et } y \geq 0$$

La contrainte (1) correspond aux contraintes 2.1, 2.2 et 2.3 de la formulation détaillée, la contrainte (2) inclut les autres.

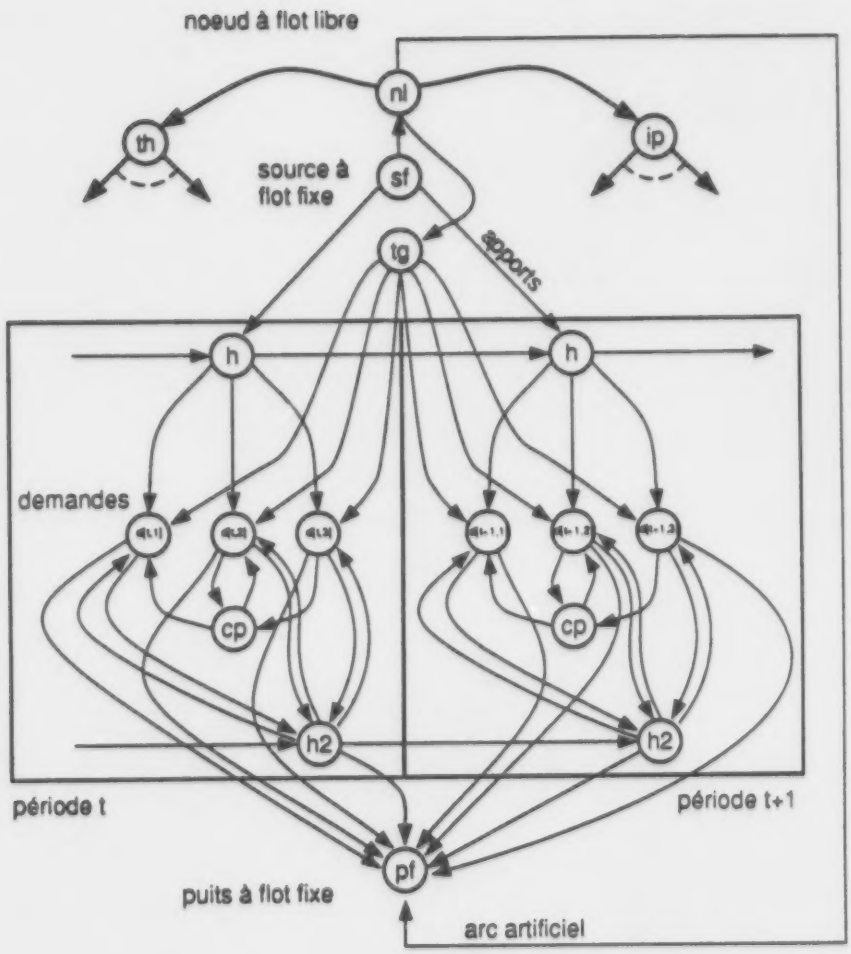


Figure 1.13: Le réseau de production d'énergie.

Chapitre 2

Approche algorithmique

La méthode retenue pour résoudre le programme mathématique formulé au chapitre précédent exploitera la structure du modèle dans le but de décomposer le problème en problèmes plus petits. L'approche algorithmique choisie est bien connue et fut développée par J.F. Benders [7] dans le but d'isoler les variables « difficiles » pouvant compliquer la résolution globale d'un problème. La classe de problèmes considérés par Benders se réduit, d'une part, en un problème linéaire paramétrisé par la valeur des variables « difficiles » que l'on fixe itérativement (on le nomme le sous-problème) et d'autre part, la valeur des variables paramétrisant le sous-problème est déterminée (sans considérer les variables du sous-problème) par une version relaxée du problème initial, en appliquant une méthode de « coupes » (c'est le problème-maître). En fait, le problème dual du sous-problème contribue à définir les coupes du problème-maître.

Dans le langage du problème que nous avons présenté au chapitre précédent, nous pouvons traduire ce que nous venons de dire dans les termes suivants. Nous avons deux classes de décisions: les investissements dans une capacité additionnelle de production (les variables « difficiles ») et la politique de production d'énergie

pour chaque classe de centrales. Notre modèle est un programme linéaire mixte en variables entières et de grande dimension. La méthode de résolution divise le programme en un problème-maître linéaire avec variables entières générant des plans possibles d'expansion du parc d'équipements et d'un sous-problème linéaire (flots généralisés) consacré à définir une politique de production et de stockage de l'énergie pour chaque plan d'investissement (ou d'expansion du parc). Après chaque itération, le problème maître sera enrichi d'une coupe supplémentaire qui reflète les coûts marginaux de production associés à chaque décision d'investissement.

Après avoir exposé l'approche de Benders, nous terminerons avec une variante sur celle-ci. Cette variante s'appuie sur le travail de Geoffrion et Graves [23] et de McDaniel et Devine [37] et sera retenue pour notre travail expérimental.

2.1 La méthode de décomposition de Benders

Considérons le programme linéaire mixte en nombres entiers suivant [1]

$$
(P) \qquad \begin{aligned} \min \quad & cx + dy \\ \text{s.c.} \quad & \\ & Ax + Dy \geq b \\ & x \in X, \ y \geq 0 \end{aligned}
$$

où A est une matrice $m \times n$ et D une matrice $m \times n'$, les autres vecteurs étant de dimension m, n ou n' [2]. Posons l'hypothèse que ce programme est réalisable et qu'une solution finie existe.

[1] Cette présentation suit de près celle de Salkin [41] et de Geoffrion [22]. Benders définissait le programme avec des termes en x généraux et des termes en y linéaires.

[2] Dans notre modèle, X correspond à $x \geq 0$ et entier, et $Fx \geq b_1$.

L'algorithme proposé par Benders est fondé sur une réécriture (*manipulation*) du programme initial selon laquelle il y a une projection sur l'espace des variables x . Puis en appliquant la théorie de la dualité en programmation linéaire, on linéarise extérieurement (*outer-linearisation*) la fonction économique projetée. L'approche algorithmique retenue par Benders appliquera, sur ce problème projeté et linéarisé extérieurement, une stratégie de relaxation des contraintes. Nous développons ci-dessous les idées qui sous-tendent cette procédure.

2.1.1 La projection

Représentons la projection de (P) sur l'espace des variables x par la forme suivante, où $x \in X$ est la seule contrainte sur x ,

$$(PP) \qquad \min_{x \in X} \left(cx + \left\{ \begin{array}{ll} \text{s.c.} & \min_{y \geq 0} \; dy \\ & Dy \geq b - Ax \end{array} \right\} \right)$$

ou

$$\min_{x \in X} \left(cx + w(x) \right)$$

avec $w(x)$ une fonction de x correspondant à l'accolade.

Définissons la fonction suivante, où il n'y a pas de contraintes sur x ,

$$v(x) \stackrel{def}{=} cx + w(x)$$

Cette fonction dépend d'un problème de « minimisation interne » en y pour un x fixé. Pour ce problème, on définit $v(x) \stackrel{def}{=} +\infty$ s'il est irréalisable. Pour que

$x \in X$ soit un candidat à la solution optimale de (P) , il doit aussi produire une solution réalisable au problème de minimisation interne.

Autrement dit, x doit appartenir au domaine effectif V de $v(x)$, tel que

$$V \stackrel{def}{=} \{x : v(x) < +\infty\} \equiv \{x : Dy \geq b - Ax \text{ pour } y \geq 0\}$$

où V s'interprète comme la projection de $y \geq 0$ et de $Dy \geq b - Ax$ sur l'espace des variables x , voir la figure 2.1.

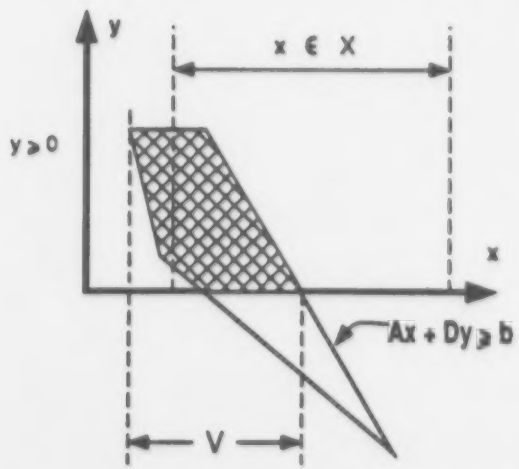


Figure 2.1: Le domaine effectif.

Ainsi, (PP) s'écrit de manière équivalente sous la forme suivante,

$$\min_{x \in X \cap V} \quad v(x)$$

Le domaine effectif, dans le cadre de Benders, se définit en substituant aux contraintes du problème de minimisation interne (L) de (PP) des contraintes fabriquées à partir des rayons duaux du polytope dual de (L). Ces rayons sont les solutions du programme dual pour lesquelles x est inadmissible. Sans que Geoffrion [22] le dise explicitement, la projection du programme (PP) résulte d'une linéarisation extérieure du domaine effectif.

Avant d'aller plus loin à cet égard, réécrivons le programme de minimisation interne (L), où nous avons,

$$(L) \qquad \begin{aligned} &\min \quad dy \\ &\text{s.l.c.} \\ &Dy \geq b - Ax \\ &y \geq 0 \end{aligned}$$

et où le dual est

$$(DL) \qquad \begin{aligned} &\max \quad u(b - Ax) \\ &\text{s.l.c.} \\ &uD \leq d \\ &u \geq 0 \end{aligned}$$

Remarquons que le polytope convexe $U = \{u \geq 0 \mid uD \leq d\}$ est indépendant de x et donc quelque soit la valeur de x, le maximum de $u(b - Ax)$ est un point extrême de U ou, s'il est non borné, est un des rayons extrêmes. Cette propriété est importante, car nous verrons plus loin qu'elle nous permettera de définir le domaine effectif (en générant les rayons duaux) et de linéariser extérieurement l'objectif de (PP).

Si la solution au programme (DL) est non bornée, cela indique que (L) est non réalisable et que x n'appartient pas au domaine effectif. Nous montrerons qu'il suffit d'énumérer l'ensemble des rayons extrêmes de U (ou de son cône $U_c = \{u \geq 0 \mid uD \leq 0\}$) pour construire les contraintes nécessaires qui délimiteront le domaine effectif V. Ce procédé correspond à une *linéarisation extérieure* du domaine effectif.

2.1.2 La projection par la linéarisation extérieure du domaine effectif

Si pour un x donné (DL) est un programme non borné, alors les solutions de ce programme peuvent être définies par un point extrême u_o^s et une direction $v^s \geq 0$ (où $s \in \{$ l'ensemble des index associé aux rayons extrêmes $\mid s : 1, 2, \ldots, S\}$) tel que

$$u = u_o^s + \theta v^s \quad \text{pour} \quad \theta \geq 0$$

définit le rayon extrême avec, pour le problème dual de maximisation,

$$u(b - Ax) \rightarrow +\infty \quad \text{quand} \quad \theta \rightarrow +\infty$$

c'est-à-dire

$$u_o^s(b - Ax) + \theta v^s(b - Ax) \rightarrow +\infty \quad \text{quand} \quad \theta \rightarrow +\infty.$$

Or $u_o^s(b - Ax)$ est fixe pour toutes les valeurs de θ et il s'en suit que

$$v^s(b - Ax) > 0.$$

Une condition nécessaire et suffisante pour que x appartienne au domaine effectif est que

$$v^s(b - Ax) \leq 0 \quad (s : 1,2,\ldots,S).$$

Ces contraintes « reconstruisent » par une linéarisation extérieure le domaine effectif V. On peut donc réécrire (PP) et poser l'équivalence suivante,

$$\min_{x \in X \cap V} v(x) \equiv \left\{ \text{s.l.c.} \begin{array}{l} \min_{x \in X} v(x) \\ v^s(b - Ax) \leq 0 \quad (s : 1,2,\ldots,S) \end{array} \right.$$

2.1.3 La linéarisation extérieure de l'objectif du problème projeté

La dualisation du sous-problème de minimisation interne (L) permet de linéariser extérieurement l'objectif de (PP).

Puisque nous sommes intéressés aux valeurs de x admissibles dans (L), alors en énumérant tous les points extrêmes du polytope U de (DL), on a l'expression suivante pour le deuxième terme de l'objectif de (PP),

$$\text{s.l.c.} \begin{array}{l} \max_{(p:1,2,\ldots,P)} u^p(b - Ax) \\ v^s(b - Ax) \leq 0 \quad (s : 1,2,\ldots,S) \end{array}$$

Cette forme linéarise extérieurement le deuxième terme de l'objectif de (PP), de sorte que l'on peut écrire (PP) comme suit,

$$(PP)' \qquad \text{s.l.c.} \quad \begin{array}{l} \min_{x \in X}\{cx + \max_{1 \le p \le P}[u^p(b - Ax)]\} \\ v^s(b - Ax) \le 0 \quad (s : 1,2,\ldots,S) \end{array}$$

Puisque le second terme de l'objectif correspond à la plus petite borne supérieure de l'objectif, on peut exprimer $(PP)'$ sous une autre forme,

$$(I) \qquad \begin{array}{ll} \min & z \\ \text{s.c.} & \\ & z \ge cx + u^p(b - Ax) \quad (p : 1,2,\ldots,P) \\ & 0 \ge v^s(b - Ax) \qquad (s : 1,2,\ldots,S) \\ & \text{avec } x \ge 0, \text{entier et } z \text{ libre et continue} \end{array}$$

(I) est le problème-maître, où l'optimum x^* est l'optimum pour (P) et en fixant x dans (L) à cette valeur, nous trouvons y^*, l'optimum pour (P).

2.1.4 La relaxation des contraintes du problème-maître

La projection et la linéarisation extérieure de l'objectif du programme (PP) nous permet maintenant d'appliquer une stratégie de relaxation des contraintes. Cette stratégie offre l'avantage d'évacuer d'un programme de grande dimension (à plusieurs contraintes) les contraintes qui n'interviennent pas immédiatement dans la recherche d'une solution optimale.

Dans le cas de la méthode de Benders, une seule nouvelle contrainte est disponible avant chaque itération du problème-maître relaxé, de sorte que le programme s'écrit comme suit,

$$\min_{x \in X} \; z$$

s.c.

$$(IR_k) \qquad z \geq cx + u^p(b - Ax) \quad (p : 1, 2, \ldots, \hat{p})$$

$$0 \geq v^s(b - Ax) \leq 0 \quad (s : 1, 2, \ldots, \hat{s})$$

$$x \geq 0, \text{ entier et } z \text{ libre et continue}$$

et où k itérations furent déjà effectuées, avec $k = \hat{p} + \hat{s}$.

La nouvelle contrainte, ajoutée à (IR_k), s'obtient du sous-problème (DL) après avoir fixé x à la valeur de l'optimum de (IR_k). Au sortir du sous-problème, nous obtenons un rayon extrême ou un point extrême nous permettant de construire la nouvelle contrainte.

La méthode de Benders ne nous accorde pas la liberté de choisir le nombre et la qualité des contraintes à chaque itération. Pour chaque solution de (IR_k), la méthode « découvre », par le biais du sous-problème, *la* contrainte la moins respectée.

L'algorithme de Benders passe du problème (IR_k) à (DL) itérativement où (IR_k) produit une borne inférieure au problème (P), et (DL) une borne supérieure. L'algorithme arrête lorsque les deux bornes sont égales.

Avant d'atteindre la solution optimale au programme (P), les solutions optimales pour chaque programme (IR_k) ne se répéteront pas et chaque contrainte construite à partir du sous-problème (DL) est unique (voir [41] pour une démonstration simple).

2.2 La reformulation du problème-maître

Geoffrion et Graves [23] ont proposé une variante de la méthode de décomposition de Benders. Plutôt que de résoudre (IR_k) à l'optimalité, la procédure est arrêtée dès qu'il y a une solution réalisable pour laquelle l'objectif de (P) est inférieur à la plus petite borne supérieure[3], $z^u - \epsilon$, générée par le sous-problème depuis la première itération.

Par conséquent, le problème-maître ne peut plus définir une borne inférieure. Le nouveau critère d'arrêt devient : si (IR_k) n'est pas réalisable, stop, la solution courante est $\epsilon-$*optimale*. Selon cette variante, on transforme (IR_k) comme suit :

$$
\begin{aligned}
& \min_{x \in X} \phi(x) \\
& \text{s.c.} \\
(IG_k) \qquad & cx + u^p(b - Ax) \leq z^u - \epsilon \quad (p: 1, 2, \ldots, \hat{p}) \\
& v^s(b - Ax) \leq 0 \qquad (s: 1, 2, \ldots, \hat{s})
\end{aligned}
$$

où $\phi(x)$ est une fonction économique quelconque pouvant explorer utilement l'espace de solution. Le terme z^u du membre de droite est la meilleure borne supérieure obtenue depuis la première itération. L'algorithme de Benders, revu par Geoffrion et Graves, est représenté à la figure 2.2.

La procédure doit converger dans un nombre fini d'itérations en vertu du nombre fini de solutions duales dans le sous-problème et en vertu de la contrainte d'amélioration de la borne supérieure, $z^u - \epsilon$, imposée par (IG_k), qui exige de toute solution duale *répétée* de produire une autre solution x améliorant d'au

[3] Avec ϵ, un critère d'amélioration de la borne supérieure.

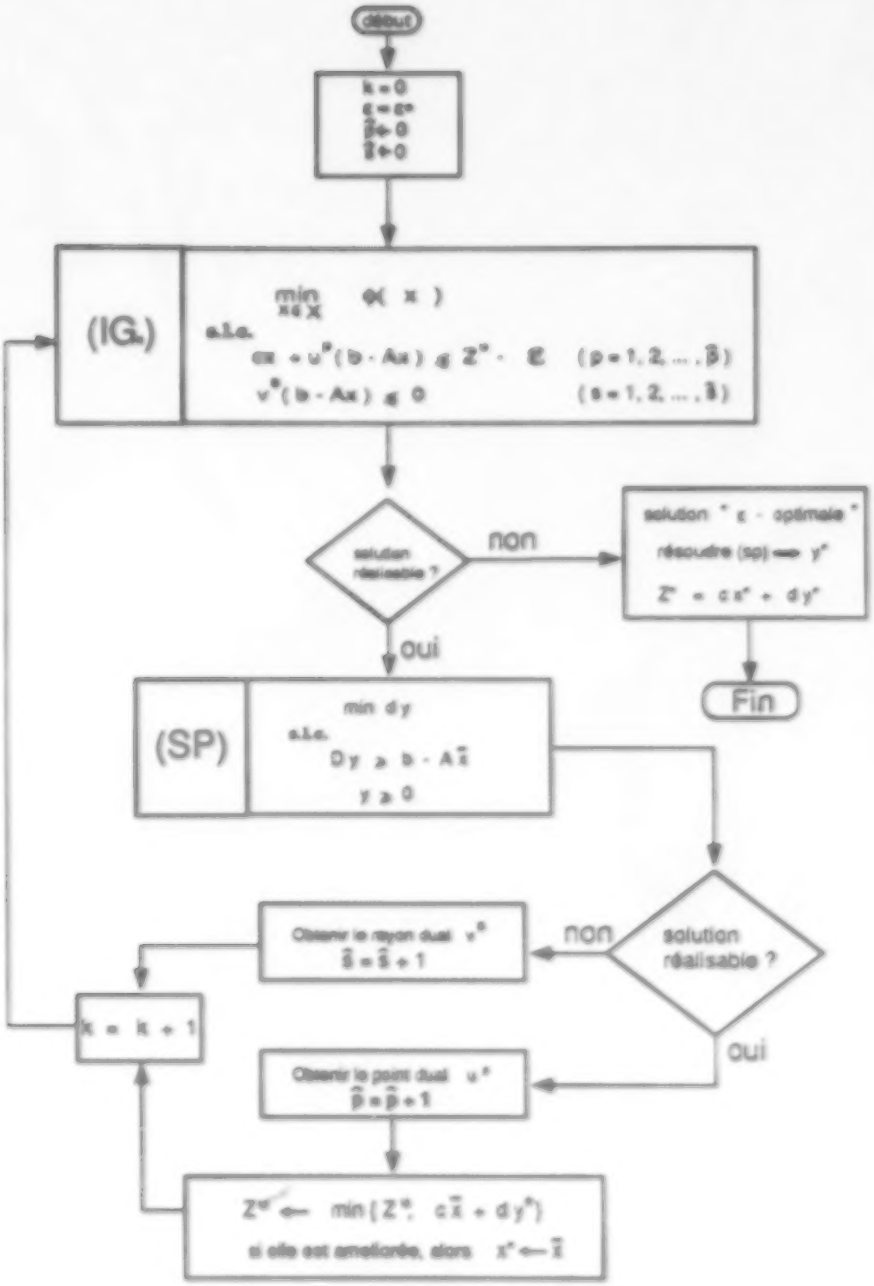


Figure 2.2: La procédure de Benders selon la variante de Geoffrion et Graves.

moins ϵ la borne supérieure z^u. Il y a un nombre fini de répétitions de solutions duales, car la valeur optimale de z est bornée inférieurement.

Trois raisons sont à l'origine de cette formulation. La première tient compte du peu d'informations que nous procurent les premières itérations à l'égard du sous-problème (i.e. les coûts marginaux). Résoudre le problème à l'optimalité n'est donc pas très utile. On est toutefois assuré de l'augmentation du degré d'optimalité avec le nombre d'itérations, car le minimum du problème-maître augmente avec le nombre d'itérations grâce à l'accumulation des contraintes et $z^u - \epsilon$ décroît à chaque fois que nous trouvons une plus petite borne supérieure.

La seconde raison, nous permet d'éviter de passer trop de temps dans le problème-maître où il suffit, à chaque itération, de trouver une solution réalisable. Un choix judicieux de $\phi(x)$ nous permettra d'explorer les meilleures solutions. Les auteurs de cette variante ont obtenu de bon résultats en définissant $\phi(x)$ par les termes de gauche de la dernière coupe, donnant une vue «ponctuelle» des coûts marginaux,

$$\phi(x) = cx + u^{p-1}(b - Ax)$$

Aussi, auraient-ils pu définir un lissage exponentiel de la solution duale pour l'objectif,

$$\phi(x) = cx + u_o^{p-1}(b - Ax)$$

où

$$u_o^p = \begin{cases} u^1 & p = 1 \\ \alpha\, u_o^{p-1} + (1-\alpha)\, u^p & p > 1 \end{cases}$$

Ceci, pour préserver une certaine «mémoire» des solutions duales du sous-problème et pour éviter les comportements extrêmes de la fonction économique $\phi(x)$.

La troisième raison est que (IG_k) est un programme où toutes les variables sont en nombres entiers. Avec la variable continue z, (IR_k) n'en était pas un. On a donc l'avantage pratique de pouvoir utiliser les logiciels existant conçus pour les programmes en nombres entiers seulement.

2.2.1 Approches algorithmiques possibles

La principale difficulté avec la méthode de Benders (et la variante ci-haut) est la résolution d'un programme en nombres entiers, le problème-maître, à chaque itération. Malgré sa grande dimension, le sous-problème ne présente pas autant d'effort de calcul. Sa structure particulière permet d'appliquer une méthode de résolution efficace. La présence de «coupes» de Benders dans le problème-maître détruit au contraire toute structure qui aurait pu simplifier la résolution du programme-maître en permettant l'application d'une méthode de résolution spécialisée en nombres entiers.

Un moyen de contourner la difficulté de résoudre le problème-maître est de négliger les contraintes d'intégralité. Cependant, lorsqu'on applique la méthode de Benders jusqu'à l'optimum, la solution finale sera continue. L'inconvénient de cette approche est la difficulté d'arrondir judicieusement la solution obtenue. Toutefois, pour les « premières itérations » nous pourrions relâcher les contraintes d'intégralité pour ensuite les rendre actives jusqu'à la fin de la procédure. Ce fut l'idée de Mc Daniel et Devine [37] que nous résumerons plus loin. L'approche de résolution que nous retenons reprend leur idée, mais nous appliquerons plutôt la

formulation de Geoffrion et Graves [23].

Une autre approche pour contourner les longs calculs du problème-maître est d'appliquer une méthode heuristique plutôt qu'une méthode conçue pour obtenir l'optimum d'un programme. Ceci permettrait de préserver une solution finale entière. Côté [19] a expérimenté cette stratégie avec succès, ayant obtenu des résultats très près de l'optimum.

Rappelons-nous que la reformulation du problème-maître (IG_k) n'exige pas l'optimalité, une solution réalisable suffit. Dans cette perspective, l'usage d'une heuristique convient pour (IG_k) . Cependant, à l'arrêt de la procédure de Benders (*ex.* par incapacité de trouver une solution réalisable), rien ne garantit que nous ayons en main une solution $\epsilon-$ optimale. En effet, l'heuristique pourrait faillir à la tâche et ne pas trouver les solutions encore disponibles.

Selon Côté [20], les heuristiques n'affectent pas le taux de convergence de la procédure de Benders mais plutôt la proximité par rapport à l'optimum de la meilleure solution trouvée. Vue la qualité de certaines heuristiques (*c.-à-d.* des résultats expérimentaux), l'approche est féconde (Côté [19]).

Pour une première étape dans une recherche de solution $\epsilon-$ optimale, nous pourrions commencer par une heuristique, puis repartir avec une procédure exacte et bénéficier des coupes déjà produites. Toutefois, étant donné les hypothèses simplificatrices des exercices de planification, les horizons considérés et l'incertitude à l'égard des données exogènes, les ingénieurs en planification se satisfont plutôt d'une bonne solution approximant l'optimum.

2.2.2 L'approche algorithmique retenue

Comme nous avons mentionné plus haut, Mc Daniel et Devine contournent la difficulté du problème-maître en relaxant la contrainte d'intégralité pour les premières itérations de la procédure de Benders. Selon cette approche, les auteurs maintiennent la formulation première du problème-maître, (IR_k) . L'approche que nous retenons fera usage plutôt de la formulation (IG_k) du problème-maître avec les ajustements algorithmiques nécessaires, établis par Geoffrion et Graves.

La variante de McDaniel et Devine tire bénéfice de la propriété fondamentale du programme (P) exploité par la procédure de Benders : les solutions duales du sous-problème (et donc les coupes générées) sont indépendantes du vecteur x et tout point extrême u^p ou rayon extrême v^s du polytope U de (DL) est un candidat légitime pour la fabrication d'une contrainte ajoutée à (IR_k) ou (IG_k) . Et donc l'usage d'une valeur continue de x pour les premières itérations de la procédure n'impose aucun biais sur la solution finale qui pourrait résulter de l'ajout des coupes au problème-maître. Cependant, si nous appliquons la formulation (IG_k) , il faudra redéfinir z^u (la borne supérieure de (P)) au moment d'appliquer les contraintes d'intégralité. En effet, z^u n'est pas indépendante de la relaxation continue du programme contrairement aux solutions duales du sous-problème. Une valeur de départ pourrait être,

$$z^u = cx^{sup} + u^t(b - Ax)$$

où x^{sup} est le vecteur des bornes supérieures sur les variables du problème-maître et u^t la dernière solution duale au sortir de la phase de relaxation continue de x .

Le but de la procédure de McDaniel et Devine est de produire plusieurs contraintes «utiles» au problème maître en résolvant des problèmes continus plutôt que des problème en nombres entiers. Les règles possibles de passage du programme linéaire au programme en nombres entiers, proposées par les auteurs, sont les suivantes :

- appliquer la procédure de Benders sur la version linéaire du programme jusqu'à son achèvement; puis, continuer avec les contraintes d'intégralité;
- appliquer la procédure de Benders sur la version linéaire du programme pour k itérations; puis, continuer avec les contraintes d'intégralité;
- appliquer la procédure de Benders sur la version linéaire du programme jusqu'à ce que le programme soit δ $-$ *optimale*; puis, continuer avec les contraintes d'intégralité jusqu'à ce que le programme soit ϵ $-$ *optimale*.

L'approche retenue pour notre travail expérimental appliquera une relaxation continue des variables entières de la formulation (IG_k) jusqu'à l'itération d'une solution δ $-$ *optimale* et ce, en résolvant à l'optimalité chaque itération du problème-maître par la méthode du simplexe. Puis, à la phase suivante, où les contraintes d'intégralité seront appliquées, l'heuristique de Balas et Martin [3] prendra la relève du simplexe jusqu'à ce qu'il n'y ait plus de solutions à sa portée.

L'ordinogramme de la version finale de la procédure de Benders, selon la variante que nous retenons, est illustré à la figure 2.3.

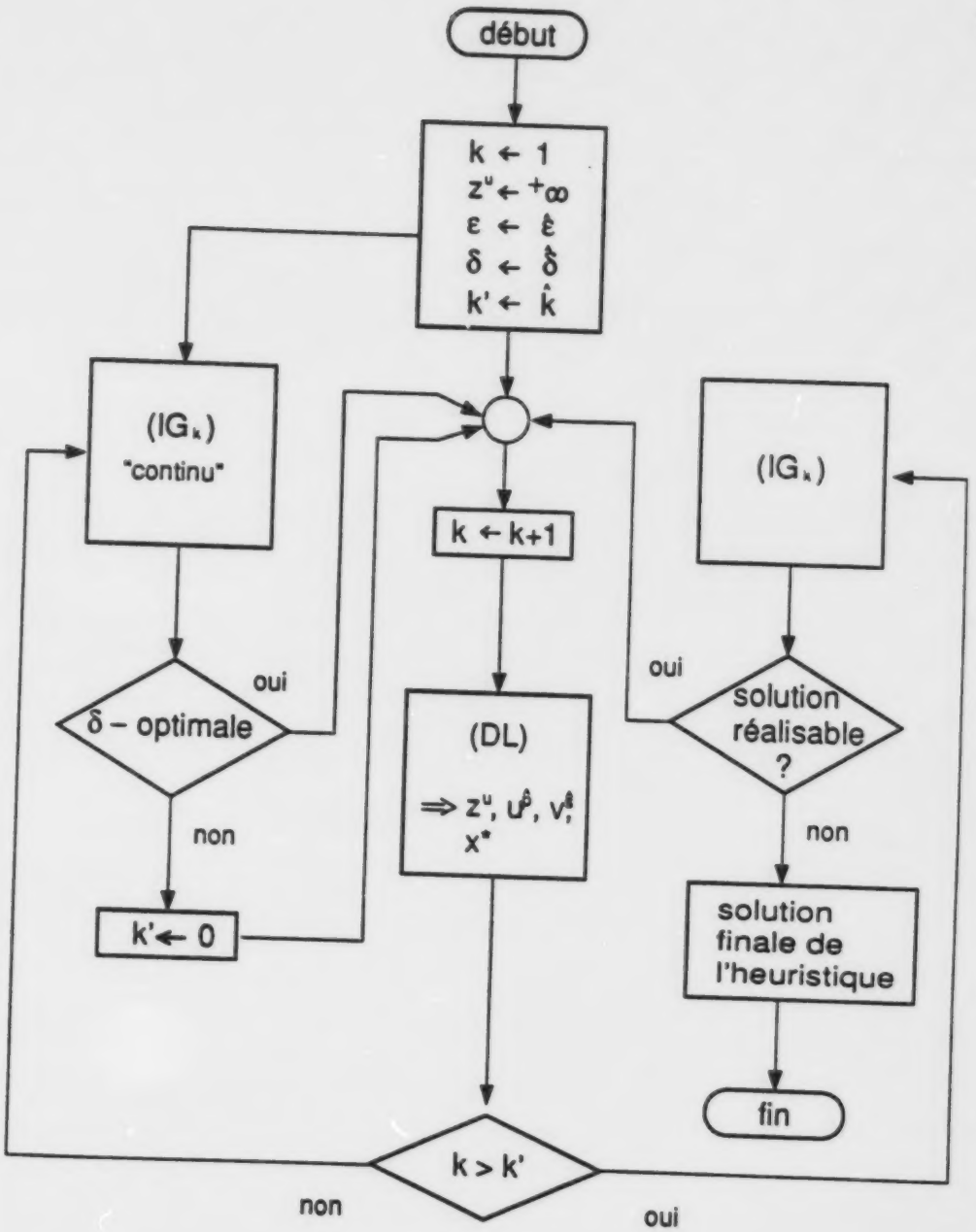


Figure 2.3: Variante finale de la procédure de Benders.

Chapitre 3

Le sous-problème

Au premier chapitre, nous avons vu que la demande d'électricité se décomposait en deux parties : la demande de puissance et la demande d'énergie. Le rôle du problème-maître est d'assurer, par un plan d'investissement, que cette première composante soit satisfaite à la lumière des coûts marginaux de production d'énergie (par le biais des coupes de Benders) des parcs générés depuis la première itération. Il revient au sous-problème de satisfaire la demande d'énergie en retenant, à chaque itération, le plan d'expansion du parc d'équipements proposé par le problème-maître.

Le sous-problème de production d'énergie est modélisé par une structure de réseau. Si ce n'était des équipements de stockage de l'énergie (centrales pompées, centrales d'hydrogène, etc.), le sous-problème se formulerait comme un *problème de flot à coût minimum* (*c.-à-d.* sans aucune perte de flot sur les arcs). Toutefois, ce n'est pas le cas. Il relève plutôt d'un *problème de flot à coût minimum avec multiplicateurs* (PFM). Pour cette classe plus générale de problèmes, les arcs associés aux centrales de stockage ont un paramètre supplémentaire qui détermine la proportion du flot perdue ou gagnée. Évidemment, nous n'aurons que des pertes

de flot (*c.-à-d.* d'énergie).

Pour ce chapitre, nous entendons présenter d'abord la structure du PFM et les propriétés pertinentes (sans les preuves) pour l'algorithme retenu[1] Puis, en second lieu, nous traiterons de la formulation précise des contraintes générées pour le problème-maître.

3.1 Le problème de flots à coût minimum avec multiplicateurs positifs

3.1.1 Le programme de réseau

Le programme du sous-problème se formule comme suit :

$$\min \sum_{k=1}^{m} h_k f_k$$

s.c.

$$-\sum_{k\in M_{T_i}} a_k f_k + \sum_{k\in M_{O_i}} f_k = 0 \qquad i \in N,\quad i \notin sf, pf, nl \qquad (1)$$

$$-\sum_{k\in M_{T_{sf}}} a_k f_k + \sum_{k\in M_{O_{sf}}} f_k = b_{sf} \qquad (2)$$

$$-\sum_{k\in M_{T_{pf}}} a_k f_k + \sum_{k\in M_{O_{pf}}} f_k = -b_{pf} \qquad (3)$$

$$0 \le f_k \le c_k \qquad k \in M \qquad (4)$$

a_k, h_k, b_{pf} et b_{sf} sont des paramètres positifs. En notation matricielle,

[1] Cette partie aurait pu être omise; cependant, l'auteur de ce mémoire croyait nécessaire de produire lui-même un résumé du sujet à sa satisfaction. Le traitement du sujet par Gondran et Minoux [24] est trop bref (comme d'autres) et celui de Jensen et Barnes [28], qui nous a guidé dans la programmation informatique, distingue mal le concept du réseau à flots marginaux (*c.-à-d.* le réseau augmenté) et la structure de données qui représente les arcs du réseau ou de la base. Cependant, nous retiendrons la notation de Jensen et Barnes pour ensuite revenir à la notation du chapitre deux, quand viendra le temps de considérer les coupes de Benders.

$$\begin{aligned} & \min \quad \boldsymbol{hf} \\ \text{s.c.} & \\ & \boldsymbol{Af} = \boldsymbol{b} \\ & \boldsymbol{If} \leq \boldsymbol{c} \\ & \boldsymbol{f} \geq 0 \end{aligned}$$

Les paramètres associés à l'arc k du réseau se définissent par,

a_k: Le multiplicateur de flot. Le flot à l'origine d'un arc est multiplié par a_k à l'extrémité de l'arc.

h_k: Le coût unitaire encouru pour le flot à l'origine d'un arc.

c_k: La capacité maximale d'un arc à véhiculer un flot défini à son origine.

La variable de décision : le flot f_k. Le paramètre associé au noeud i : b_i , le flot externe imposé au réseau où $b_i > 0$ est une source à flot fixe et $b_i < 0$ est un puits à flot fixe. En l'occurrence, pour la source, $b_i = b_{sf}$ et pour le puits $b_i = b_{pf}$.

Ce réseau est supporté par un graphe $G = [N, M]$ de $|N|$ noeuds et $|M|$ arcs. M_{O_i} correspond à l'ensemble des arcs émergeant du noeud i et M_{T_i} l'ensemble des arcs qui y terminent. Pour notre structure de graphe, $M_{O_{pf}}$ et $M_{T_{sf}}$ sont des ensembles vides.

L'ensemble des contraintes, moins (4), exprime la conservation du flot à chaque noeud du réseau. Les contraintes (1) sont associées aux noeuds n'ayant aucun flot externe. Remarquons qu'aucune contrainte de conservation du flot n'est écrite pour le noeud à flot libre *nl* (*slack node*), puisque ce noeud doit fournir ou absorber les flots pour toute solution réalisable du programme.

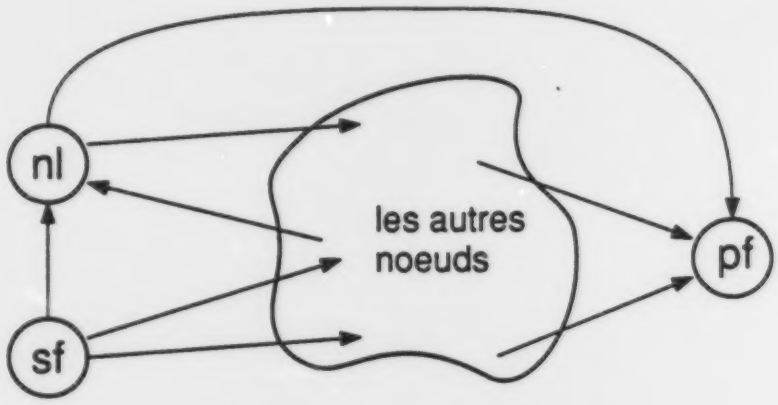


Figure 3.1: La structure du réseau.

La structure du graphe qui sous-tend le réseau du sous-problème est représenté à la figure 3.1.

Le programme a pour objectif de satisfaire au moindre coût le flot externe imposé par le puits *pf* et cela à partir des disponibilités de la source *sf* et du noeud à flot libre *nl*. Si le sous-problème n'est pas réalisable, l'arc artificiel (*nl*, *pf*) véhiculera ultimement un flot. Par conséquent le coût unitaire du flot sur l'arc artificiel sera très grand. L'arc (*sf*, *nl*) est un arc artificiel à coût unitaire nul. Nous verrons au chapitre suivant qu'il nous permettera de construire une base initiale.

La matrice A de la forme matricielle du programme correspond à la *matrice d'incidence sommet-arc* du graphe. C'est la représentation formelle de la structure du réseau :

$$\mathrm{A} = (a_{ik}) \stackrel{def}{=} \begin{cases} +1 & \text{si } k(i,j) \in M_O, \\ -a_k & \text{si } k(j,i) \in M_T, \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Les colonnes sont associées aux arcs et les rangées aux noeuds. Chaque colonne n'a que deux entrées, sauf pour les arcs liés au noeud à flot libre nl.

3.1.2 Structure des solutions de base

L'espace de solution du flot dans les arcs est défini par le système d'équations et d'inéquations linéaires suivant,

$$\boldsymbol{A}f = b$$

$$0 \leq f \leq c$$

c'est un polyhèdre convexe dans $\mathcal{R}^m$. $\boldsymbol{A}$ est une matrice $(n-1 \times m)$ de rang $n-1$. En vertu de la théorie de la programmation linéaire, une *solution de base* associée à ce système d'équations correspond à un partitionnement du vecteur

$$f = [f_B, f_R]$$

et de la matrice

$$\boldsymbol{A} = [\boldsymbol{B}, \boldsymbol{R}]$$

de sorte que[2]

$$\begin{array}{ll} 0 \leq f_k \leq c_k & \text{si } k \in M_B \\ f_k = 0 \text{ ou } f_k = c_k & \text{si } k \in M_R \end{array}$$

où M_B est l'ensemble des arcs (ou colonnes) associés à $\boldsymbol{B}$, et M_R l'ensemble des arcs associés à $\boldsymbol{R}$ et que

$$\boldsymbol{B}f_B + \boldsymbol{R}f_R = b$$

est respecté. La *base* du système d'équations est la sous-matrice $\boldsymbol{B}$ carrée $(n-1 \times n-1)$.

[2]Pour les solutions dégénérées, certaines composantes de la solution de base ont pour valeur zéro ou c_k.

Désignons le sous-graphe $G(B) \subset G$, composé des $n-1$ arcs associés aux colonnes de $\boldsymbol{B}$, par

$$G(B) = [N, M_B]$$

Ce graphe est, en toute généralité, formé de K composantes connexes ($K \geq 1$) :

$$G_1 = [N_1, M_{B_1}], \quad G_2 = [N_2, M_{B_2}], \ldots, G_K = [N_K, M_{B_K}]$$

Il peut être démontré que si B est une base du système d'équations définissant le polyhèdre ci-haut, alors chaque composante connexe du sous-graphe $G(B)$, sans égard à la direction des arcs, est constituée :

- soit par un *arbre* contenant le noeud nl,
- soit par un *1-arbre* défini par un *cycle*, et un seul, composant l'arborescence.

avec au plus une seule composante qui est un arbre (*c.-à-d.* sans cycle). Pour un exemple, voir à la figure 3.2.

La base orientée

Nous devons établir une convention permettant de connaître l'orientation des arcs d'une base. On sait que les composantes connexes de la base sont des arbres (arbre et 1-arbre) non orientés[3] et ceci compliquerait les recherches et les manipulations sur les arbres si on s'en tenait à cette représentation non orientée des arcs. Nous travaillerons donc avec des bases dites *base orientée*, $\vec{M}_B$, constituées d'arbres orientés fictifs dont la succession des arcs seront dans le même sens. De la racine de

[3]Nous voulons dire, ici, que le sens des arcs constituant B n'ont pas tous la même orientation.

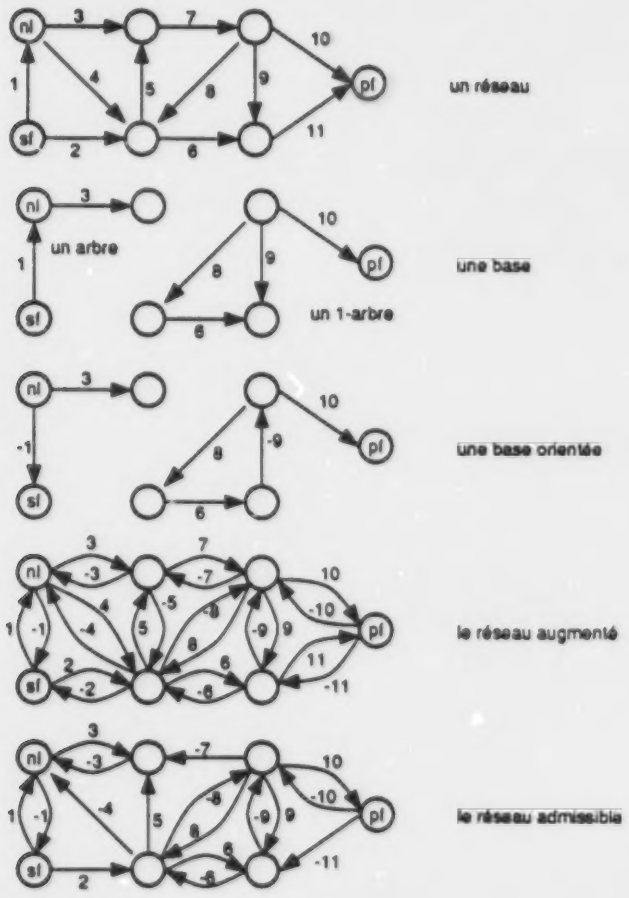


Figure 3.2: Base, base orientée, réseau augmenté et réseau admissible.

la composante arbre, il y aura un *chemin* vers chaque noeud et dans le sens des noeuds terminaux de l'arbre. Pour le *circuit* d'un 1-arbre, il y aura aussi un chemin vers chaque noeud de cette composante connexe. Le circuit peut être dans le sens horaire ou anti-horaire, c'est sans importance et arbitraire.

Cette structure de données simplifie la manipulation des arcs de base. Lorsque l'arc réel n'est pas orienté dans le sens de la base orientée, la structure de données retiendra l'indice de l'arc avec un signe négatif. Ceci permet de spécifier sans ambigu¨é l'orientation de l'arc réel. Le signe négatif désigne en quelque sorte un arc-miroir qui préserve le caractère orienté de la base. Toutefois, il ne faut pas confondre cet arc-miroir avec l'arc du *réseau augmenté* que nous présenterons plus loin (la confusion est possible dans le traitement de Jensen et Barnes). Aussi, le concept de base orientée n'a rien à voir avec le réseau augmenté qui lui sert à illustrer les propriétés théoriques du programme de flot à coût minimum. Le concept de base orientée sert aux structures de données utilisées dans les programmes informatiques. Toutefois, nous l'invoquons ici pour le distinguer avec le réseau augmenté et pour préparer la discussion sur les changements de solutions de base qui impliquent une manipulation des arcs.

3.1.3 Le changement de solutions de base

À partir d'une solution de base $G(B^i)$, nous pouvons en définir une autre, $G(B^{i+1})$. En retenant la représentation noeuds-arcs du système d'équations du polyhèdre, nous suivrons les étapes suivantes d'une approche qui nous conduira plus loin à une approche dite *primale*:

1. choisir un arc hors-base k_e

2. • si $f_{k^s} = c_{k^s}$, alors réduire le flot le plus possible f_{k^s}...

   • si $f_{k^s} = 0$, alors augmenter le flot le plus possible f_{k^s}...

   en modifiant le flot dans les arcs de $G(B^i)$

3. ajouter k_e à M_B (ou à $\vec{M}_B$ en changeant le signe de l'arc pour respecter le sens de la composante connexe de la base orientée)

4. désigner par k_l l'arc qui limite le changement de flot et le retirer de M_B. Le nouveau flot de k_l est $f_{k^l} = 0$ ou $f_{k^l} = c_{k^l}$ et k_l devient un arc hors-base de tel sorte que $G(B^{i+1}) \equiv G(B^i) \cup k_e \setminus k_l$.

Cette procédure préserve toutes les caractéristiques d'une solution de base[4]. La première étape dépendra éventuellement d'un critère de sélection d'un arc hors-base dans le but d'améliorer la fonction objective du programme. Les étapes trois et quatre dépendront d'une structure de données appropriées (*c.-à-d.* la représentation de la base orientée) pour représenter le réseau et ses bases afin de manipuler les arcs à chaque changement de base. L'étape deux occupe l'essentiel de l'effort de calcul et de recherche dans la procédure de changement de base. Les propriétés fondamentales du flot soumis aux multiplicateurs sont à la base de cette étape et font l'objet de la section qui suit.

[4]Lorsque k_e est l'arc qui limite le changement de flot, $k_e = k_l$ et la base ne change pas. Toutefois, la solution de base changera de par le changement de flot dans les arcs de base.

3.1.4 Le changement de flot dans une base et l'arc de sortie

Le réseau augmenté et le réseau admissible

Avant de traiter, en substance, des changements de flot, il est utile de penser en termes d'un réseau augmenté (expanded network) fictif en l'absence des arcs réels où à chaque arc réel correspond un *arc-parallèle* (forward arc) accompagné d'un *arc-miroir* (mirror arc) pouvant tous les deux véhiculer un flot fictif. Les arcs miroirs porteront le même indice qui identifie l'arc réel, mais avec un signe négatif. L'arc-parallèle gardera le même indice que l'arc réel. Ayant les mêmes noeuds que le graphe du réseau original, le graphe du réseau augmenté sera désigné par $G = [N, M^*]$ avec $M^* = \{M, \ldots, 2, 1, -1, -2, \ldots, -M\}$. Les paramètres d'arc du réseau augmenté ainsi que le flot pour les arcs sont illustrés à la figure 3.3. f_k° est le flot dans l'arc réel pour une solution de base donnée, f_k^* et f_{-k}^* sont les flots fictifs qui correspondent à une correction de flot Δf_k dans l'arc réel afin d'obtenir une nouvelle solution de base. Le réseau augmenté correspond, en quelque sorte, à l'espace des flots marginaux.

Avant chaque opération de changement de base, seulement un sous-ensemble d'arcs, $M^\dagger \subset M^*$, du réseau augmenté sera *admissible* pour véhiculer un flot fictif f_k^*. Le graphe $G^\dagger = [N, M^\dagger]$ du réseau définit le *réseau admissible*[5]. Les conditions d'admissibilité des arcs du réseau augmenté sont les suivantes :

pour l'arc	est admissible si	ou, est inadmissible si
$k > 0$	$f_k^\circ < c_k$	$f_k^\circ = c_k$
$k < 0$	$f_k^\circ > 0$	$f_k^\circ = 0$

Autrement dit, ce sont tous les arcs du réseau augmenté qui ont une capacité

[5]Gondran et Minoux nomment le *réseau admissible* par le terme *graphe d'écart*.

l'arc	arc réel k	arc parallèle k	arc miroir $-k$
le coût	h_k	$h_k^\circ = h_k$	$h_{-k}^\circ = -h_k/a_k$
le multiplicateur	a_k	$a_k^\circ = a_k$	$a_{-k}^\circ = 1/a_k$
la capacité	c_k	$c_k^\circ = c_k - f_k^\circ$	$c_{-k}^\circ = f_k^\circ$
le flot	$f_k = f_k^\circ + \Delta f_k$	$\Delta f_k = f_k^\circ$	$\Delta f_k = -a_{-k}^\circ f_{-k}^\circ$

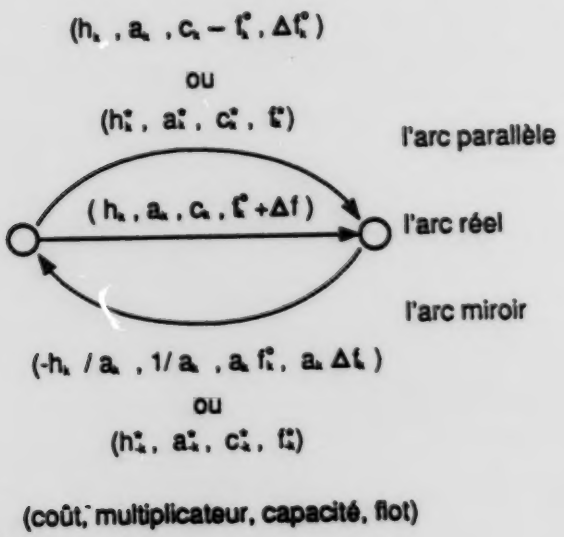


Figure 3.3: Les paramètres d'arc et le flot du réseau augmenté.

non nulle. Ceci inclut tous les arcs du réseau augmenté associés aux arcs de base et un des deux arcs des arcs hors-base.

Nous imposons aux arcs-parallèles et miroirs la propriété d'avoir des flots mutuellement exclusifs[6] : il ne peut y avoir à la fois un flot dans l'arc-parallèle et dans l'arc-miroir. Comme nous l'avons définit plus haut, le flot Δf_k est une correction *nette* du flot dans l'arc. Cette correction s'ajoute ou se soustrait au flot, jamais les deux à la fois.

La correspondance de flot entre les arcs fictifs du réseau augmenté et l'arc réel est,

$$\begin{aligned} f_k^+ > 0 \quad &\Longrightarrow \quad f_k = f_k^\circ + f_k^+ \quad , \quad f_{-k}^+ = 0 \\ &\Longrightarrow \quad f_k = f_k^\circ + \Delta f_k \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{-k}^+ > 0 \quad &\Longrightarrow \quad f_k = f_k^\circ + f_{-k}^+ a_{-k}^+ \quad , \quad f_k^+ = 0 \\ &\Longrightarrow \quad f_k = f_k^\circ - \Delta f_k \end{aligned}$$

Les chemins et circuits de changement de flot dans une base

En vertu de la structure des bases d'un réseau, les changements de flot s'effectueront sur des chemins ou des circuits (ou les deux à la fois) du réseau augmenté; ce qui peut correspondre à des chaînes ou des cycles du réseau réel. Ces structures de chemin et de circuit sont récurrentes au sein d'une base et nous les examinons ci-dessous.

---

[6] Ce n'est pas strictement le cas dans les calculs préliminaires pour déterminer les changements de flot pour chaque opération de changement de solution de base, comme nous le verrons. Il peut y avoir des chemins (ou circuits) de changement de flot qui peuvent se croiser. Toutefois, la résultante des flots contraires n'activera qu'un seul des deux arcs du réseau augmenté. Le sens de cette remarque se précisera plus loin.

Le flot sur un chemin

Lorsque nous ajoutons un arc hors-base à une base, l'arc admissible associé est orienté dans le sens du changement de flot dans l'arc réel. Si c'est un arc-parallèle, il y a accroissement du flot. Si c'est un arc miroir, il y a réduction du flot. Ce flot sera imposé aux de la base au cours de l'opération de changement de base. Une des possibilités est que le changement de flot s'applique aux arcs d'un chemin admissible de la base augmentée.

Le problème qui se pose alors est de déterminer, pour un arc quelconque du chemin, l'accroissement du flot imposé par un flot à l'extrémité du chemin où le flot imposé provient de l'arc hors-base.

En évaluant le système d'équations (impliquant les arcs de base seulement) associé à la conservation du flot à chaque noeud du chemin, nous obtenons pour un arc admissible hors base qui impose un flot à l'extrémité terminale du chemin, et dans le sens de celui-ci, la relation suivante (voir la figure 3.4 (a)) :

$$f^*_{k_l} = V^* \gamma^*_{i_l(k_l)^+} \;\; ; \;\; k_l \equiv (i_l, j_{l-1})_l \text{ et } k_l \in M^\dagger$$

où nous introduisons un nouveau paramètre $\gamma^*_{i_l(k_l)^+}$, le *gain* du noeud i_l à l'origine de l'arc k_l. C'est un facteur multiplicatif entre V^* et le flot émergeant du noeud i_l. Le signe + signifie que V^* est à l'extrémité terminale du chemin des arcs admissibles. Comme nous verrons plus loin, ce chemin coïncidera avec le sens des arcs de la base orientée. On définit le gain par[7]

$$\gamma^*_{i_l(k_l)^+} \stackrel{def}{=} \frac{1}{\prod_{q=1}^{l} a^*_{k_q}}$$

[7] L'énumération des arcs commence depuis le noeud où le flot V^* est appliqué jusqu'à l'arc k_l. En « ramassant » les arcs un après l'autre, les arcs numérotés par k sont étiquetés, dans l'ordre, par l'indice l. Le noeud à l'origine de l'arc k_l est aussi étiqueté par l.

Pour un arc hors-base qui impose un flot à l'origine du chemin, voir la figure 3.4 (b) et dans le même sens que celui-ci, nous avons (voir appendice A) [8].

$$f^*_{k_l} = V^* \gamma^*_{j_l(k_l)-} \; ; \; k_l \equiv (j_l, i_{l+1})_l \text{ et } k_l \in M^\dagger$$

avec

$$\gamma^*_{j_l(k_l)-} \stackrel{def}{=} \prod_{q=1}^{l-1} a^*_{k_q}$$

où le signe négatif signifie que V^* est imposé à l'origine du chemin. Nous verrons plus loin que ce chemin est dans le sens contraire des arcs de la base orientée.

Le flot dans un circuit

De même, si nous considérons le système d'équations de conservation du flot pour chaque noeud, mais cette fois-ci, en présence d'un circuit dans la composante connexe de la base, nous obtenons pour un arc quelconque du circuit

$$f^*_{k_l} = V^* \gamma^*_{i_l(k_l)+} \; ; \; k_l \equiv (i_l, j_{l-1})_l \text{ et } k_l \in M^\dagger$$

ceci pour un flot imposé à l'extrémité terminal d'un chemin ayant à l'autre extrémité un circuit (voir figure 3.4 (c)), où

[8] Nous pourrions nous en tenir, comme Jensen et Barnes, à la seule relation pour un flot sortant d'un chemin ci-haut. Pour représenter le cas d'un flot V^* entrant dans un chemin (de sens contraire) au lieu d'en sortir, il suffit d'ajouter un signe négatif à V^* pour obtenir le flot (négatif) imposé au noeud i. Cette approche a certes le mérite de préparer immédiatement le lecteur à l'implémentation informatique, comme le montrent Jensen et Barnes. Toutefois, nous pensons qu'en procédant ainsi, nous perdons de vue la raison première d'invoquer le concept de *réseau admissible*: représenter les sens admissibles d'accroissement (ou de changements) du flot dans le réseau original. Pour cette raison, nous considérerons les chemins qui sont dans le même sens que V^*.

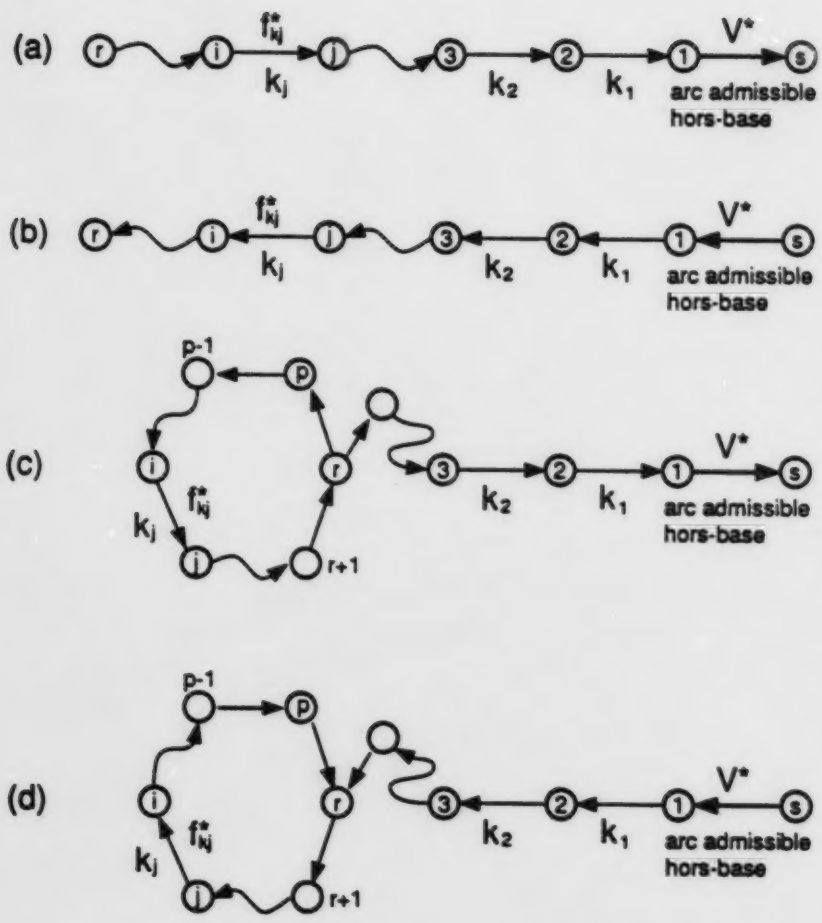


Figure 3.4: Les flots dans les chemins et les circuits.

$$\gamma^*_{i_l(k_l)^+} \stackrel{def}{=} \left(\frac{\beta^*_+}{\beta^*_+ - 1}\right) \frac{1}{\prod_{q=1}^{l} a^*_{k_q}}$$

et où $\beta^*_+ = \prod_{q=r}^{p} a^*_{k_q}$ est le *gain* du circuit admissible. Le + en indice est là pour signifier le sens du parcours dans le cycle pour obtenir un *circuit générateur* où $\beta^*_+ > 1$. Plus loin, on aura β^*_- pour signifier le sens d'un *circuit absorbant*, où $\beta^*_- < 1$.

On appelle *chemin générateur* d'extrémité « s » la structure ayant un circuit générateur couplé à un chemin de « r » vers « s » avec « r » pour noeud commun aux deux structures. Un *chemin absorbant* d'extrémité « s » diffère par la présence d'un circuit absorbant et le sens du chemin admissible.

En considérant le cas d'un chemin absorbant où un flot V^* est imposé à l'origine du chemin, nous obtenons le flot suivant pour un arc quelconque du circuit (voir appendice A),

$$f^*_{k_l} = V^* \gamma^*_{j_l(k_l)^-}; \quad k_l \equiv (j_l, i_{l+1})_l \text{ et } k_l \in M^{\dagger}$$

où

$$\gamma^*_{j_l(k_l)^-} \stackrel{def}{=} \left(\frac{1}{1 - \beta^*_-}\right) \prod_{q=1}^{l-1} a^*_{k_q}$$

Nous résumons les équations à la figure 3.5.

La capacité des chemins admissibles

On sait que l'arc admissible hors-base que l'on ajoute à la base impose un changement de flot aux arcs de base. Éventuellement, à mesure que le flot passant par l'arc admissible hors-base augmente, un arc admissible de la base devient saturé (*c.-à-d.*

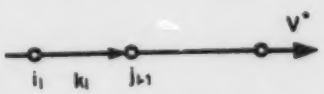
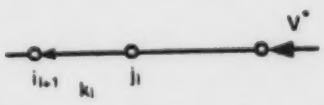
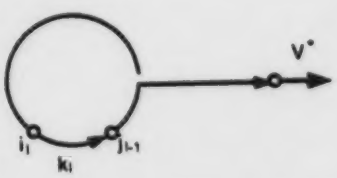
chemins de changement du flot	flot dans l'arc "kj_l " en fonction du flot " V° "
	$f^\circ_{k_l} = V^\circ \gamma^\circ_{i_l(k_l)+}$ $\gamma^\circ_{i_l(k_l)+} = \frac{1}{\prod_{q=1}^{l} a^\circ_{k_q}}$
	$f^\circ_{k_l} = V^\circ \gamma^\circ_{j_l(k_l)-}$ $\gamma^\circ_{j_l(k_l)-} = \prod_{q=1}^{l-1} a^\circ_{k_q}$
	$f^\circ_{k_l} = V^\circ \gamma^\circ_{i_l(k_l)+}$ $\gamma^\circ_{i_l(k_l)+} = \left(\frac{\beta^\circ_+}{\beta^\circ_+ - 1}\right) \frac{1}{\prod_{q=1}^{l} a^\circ_{k_q}}$
	$f^\circ_{k_l} = V^\circ \gamma^\circ_{j_l(k_l)-}$ $\gamma^\circ_{j_l(k_l)-} = \left(\frac{1}{1-\beta^\circ_-}\right) \prod_{q=1}^{l-1} a^\circ_{k_q}$

Figure 3.5: Tableau récapitulatif des équations de flot dans les chemins et circuits du réseau admissible.

atteint sa capacité) et est candidat pour quitter la base au cours de l'opération de changement de base.

L'expression qui permet de déterminer la limite d'accroissement de V^*(le flot passant par l'arc hors-base), pour un chemin donné, est la suivante. Plus loin, nous considérerons deux chemins simultanément car, en fait, le flot V^* est appliqué à l'extrémité de deux chemins (voir figure 3.6).

Définissons $v^*_{k_l}$, la valeur maximale de V^* qui sature ($f^*_{k_l} = c^*_{k_l}$) l'arc k_l du réseau admissible de la base. Alors, la valeur maximale $V^*_{\max}$ de V^* pour un flot dans un chemin (un chemin simple, générateur ou absorbant) s'exprime comme suit :

$$V^*_{\max} = \min_{k_l \in M^*_c} v^*_{k_l}$$

où M^*_c sont les arcs admissibles du chemin. En substituant $c^*_{k_l}$ pour $f^*_{k_l}$ dans les formules de la figure 3.5, nous obtenons $v^*_{k_l}$ pour les divers chemins et positions d'arc possibles.

Le flot dans les structures de base

L'arc admissible hors-base qu'on ajoute pour former une nouvelle base, imposera des changements de flot dans une ou deux composantes connexes de l'ancienne base. Dans les deux cas, il y a deux chemins de changement de flot. Dans le cas où le flot se limite à une composante connexe, les chemins admissibles de changement de flot s'entrecroiseront. Dans ce cas, on parlera de *chemin à parcours commun* ou de *circuit à parcours commun* (désigné par la lettre C). On parlera de *chemin antiparallèle* (désigné par la lettre A) lorsque le chemin admissible de changement de flot est dans le sens contraire du chemin de la base orientée (ou du chemin générateur) avec à son extrémité un noeud à flot libre ou un circuit absorbant β^*_-,

qu'importe le sens du circuit de la base orientée (ou du chemin générateur). On aura un *chemin parallèle* (désigné par la lettre P) lorsque le chemin admissible de changement de flot est dans le sens du chemin de la base orientée avec, à son extrémité, un noeud à flot libre ou un circuit générateur β_+^*. La figure 3.6 illustre les structures de base possibles dans lesquelles s'effectuent des changements de flots.

Avant de définir les expressions régissant les changements de flot dans les arcs d'une structure de base, nous définissons les symboles suivants :

$M_{P_i}^{\dagger}$ L'ensemble des arcs admissibles composant le chemin parallèle entre le noeud i et i^e.

$M_{A_i}^{\dagger}$ L'ensemble des arcs admissibles composant le chemin antiparallèle entre le noeud j^e et i.

Γ_i Le gain *net* du noeud i. C'est le flot dans le réseau admissible émergeant du noeud i produit par un unité de flot dans l'arc d'entrée admissible k_e. Nous prenons pour convention qu'un flot du réseau admissible émergeant du noeud i est positif s'il est dans le sens d'un chemin générateur. Si l'arc réel est dans le sens contraire, on applique les règles de transformation de la figure 3.3 pour trouver le flot réel.

Le changement net de flot Δ_k traversant le noeud i dans le sens d'un chemin ou d'un circuit générateur $k(i,j)$ est

$$\Delta_k = \Gamma_i f_{k_e}^*$$

où le signe du flot est défini positivement dans le sens du chemin ou du circuit générateur. Si le noeud i est un noeud de jonction entre un chemin et un circuit,

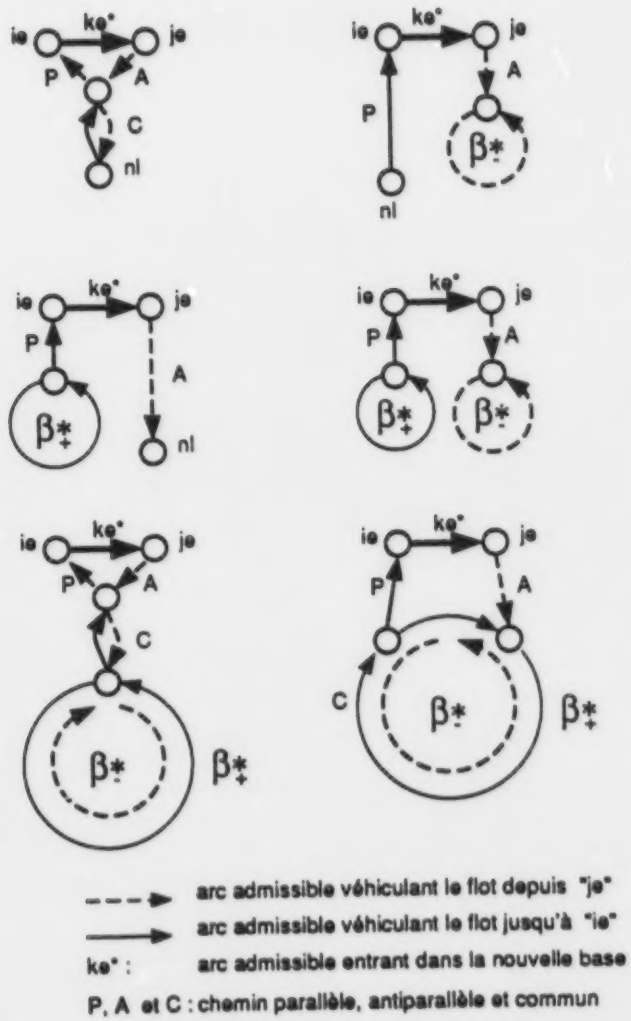


Figure 3.6: Le changement de flot dans les structures de base.

Δ_k est une correction de flot pour l'arc appartenant à la chaîne et non au cycle de la composante connexe de la base.

Le flot associé à Δ_k dans le réseau admissible de la base est, selon la règle de la figure 3.3,

$$\Delta_k = \begin{cases} f^*_{k(i,j)} & \text{si } \Delta_k \geq 0 \\ -a^*_{-k} f^*_{-k(j,i)} & \text{si } \Delta_k < 0 \end{cases}$$

Le calcul de Γ_i dépend de la position du noeud dans la base. Voici les positions possibles :

- sur le chemin parallèle sans être sur un circuit,

$$\Gamma_i = \frac{1}{\prod_{k \in M^{\uparrow}_{P_i}} a^*_k}$$

- sur le chemin antiparallèle sans être sur un circuit,

$$\Gamma_i = -a^*_{k_s} \prod_{k \in M^{\uparrow}_{A_i}} a^*_k$$

- sur le chemin à parcours commun sans être sur un circuit,

$$\Gamma_i = \frac{1}{\prod_{k \in M^{\uparrow}_{P_i}} a^*_k} - a^*_{k_s} \prod_{k \in M^{\uparrow}_{A_i}} a^*_k$$

- sur le circuit d'un chemin parallèle,

$$\Gamma_i = \left(\frac{\beta^*_+}{\beta^*_+ - 1}\right) \frac{1}{\prod_{k \in M^{\uparrow}_{P_i}} a^*_k}$$

- sur le circuit d'un chemin antiparallèle,

$$\Gamma_i = -a^*_{k_s} \left(\frac{1}{1 - \beta^*_-}\right) \prod_{k \in M^{\uparrow}_{A_i}} a^*_k$$

- sur le circuit commun d'un chemin à parcours commun,

$$\Gamma_i = \left(\frac{\beta_+^*}{\beta_+^* - 1}\right) \frac{1}{\prod_{k \in M_{P_i}^\dagger} a_k^*} - a_{k_e}^* \left(\frac{1}{1 - \beta_-^*}\right) \prod_{k \in M_{A_i}^\dagger} a_k^*$$

ou

$$\Gamma_i = \left(\frac{\beta_+^*}{\beta_+^* - 1}\right) \left[\frac{1}{\prod_{k \in M_{P_i}^\dagger} a_k^*} - a_{k_e}^* \prod_{k \in M_{A_i}^\dagger} a_k^*\right]$$

De manière plus générale, le flot maximal $V_{\max}^*$ de $f_{k_e}^*$ pour l'arc d'entrée, k_e, demeure,

$$V_{\max}^* = \min_{k_l \in M^\dagger{}_B} v_{k_l}^*$$

où nous minimisons cette fois sur tous les arcs de base du réseau admissible $M^\dagger{}_B$. L'arc le plus restrictif est l'arc de sortie.

Ceci termine notre discussion sur le changement de flot dans une base. Avant de passer à l'énoncé formel de l'approche primale retenue, il nous reste à définir le choix d'un arc d'entrée.

3.1.5 L'arc d'entrée et les conditions d'optimalité

Pour le choix d'un arc d'entrée k_e, on fait appel au problème dual du sous-problème et aux résultats de la théorie de la dualité en programmation linéaire. Le problème dual du sous-problème s'écrit[9]

[9]Pour les rangées associées aux arcs liés au noeud à flot libre *nl*, il faudrait écrire la contrainte sans la présence de l'un des deux potentiels pour tenir compte des arcs qui terminent au noeud à flot libre *nl*, puisque la contrainte de conservation du flot à *nl* fut absente du problème primal. Toutefois, en posant $\pi_{nl} = 0$, la formulation du dual DSP est juste.

$$-\min\ \pi_{sf} b_{sf} - \pi_{pf} b_{pf} + \sum_{k=1}^{m} \delta_k c_k$$

s.c.

$$\pi_i - a_k \pi_j + \delta_k \geq -h_k \quad \forall\, k \in M$$

(DSP)

$$\pi_{sf}, \pi_{pf} \text{ sont libres}$$

$$\pi_{nl} = 0$$

$$\delta_k \geq 0 \quad \forall\, k \in M$$

Avec une solution f du problème primal et π, solution partielle du problème dual, les conditions primales-duales pour une solution optimale au programme linéaire de minimisation du coût d'un flot dans un réseau avec multiplicateurs sont les suivantes :

1. f est une solution réalisable au problème primal,

2. $\delta_k = \max\,(0, -h_k - \pi_i + a_k \pi_j)$,

3. les conditions d'écart complémentaire sont satisfaites[10] :

$$\begin{array}{lll} (a) & 0 < f_k < c_k & \Rightarrow\ \pi_i - a_k \pi_j = -h_k \\ (b) & \pi_i - a_k \pi_j > -h_k & \Rightarrow\ f_k = 0 \\ (c) & \pi_i - a_k \pi_j < -h_k & \Rightarrow\ f_k = c_k \end{array}$$

La condition 2 est conforme à la condition 3(c) et 3(b). Dans le cas où la variable duale δ_k est non nulle positive, la contrainte $f_k = c_k$ sera active[11]. En effet, δ_k correspond à l'amélioration de la fonction économique du problème primal advenant un accroissement unitaire de c_k.

[10] L'implication est dans un sens pour tenir compte des bases dégénérées.

[11] En fait, δ est non nulle négative. Toutefois, le problème dual a été aménagé pour que $\delta \geq 0$: l'objectif primal écrit comme « – max », l'objectif dual devient « – min » et le changement de signe (et de sens des inégalités) des contraintes.

La condition 3(a) correspond à un arc de base et les conditions 3(b) et 3(c) correspondent aux arcs hors-base. Du point de vue algorithmique, l'équation de la condition 3(a) permet de calculer les *potentiels* π_i d'un réseau, et les inégalités de 3(b) et 3(c) permettent de certifier l'optimalité de la solution de base f .

Le calcul des potentiels π s'effectuera sur les composantes connexes du graphe associées à la base, lesquelles sont des arbres B_a et des 1-arbres B_c représentées dans la matrice des coefficients de la base :

$$B = \begin{bmatrix} B_a & 0 & 0 \\ 0 & B_{c1} & 0 \\ 0 & 0 & B_{c2} \end{bmatrix}$$

Les potentiels satisfont la sous-matrice des contraintes duales,

$$\pi B = -h_B$$

associées à la base.

Dans le cas d'une structure d'arbre, on applique, récursivement depuis la racine de l'arbre (en l'occurrence le noeud à flot libre nl) la formule de la condition 3(a),

$$\pi_j = \frac{\pi_i + h_k}{a_k}$$

Dans le cas d'une structure d'1-arbre, nous devons considérer la présence du cycle avant d'appliquer la formule récursive. En résolvant le système d'équations associé aux noeuds et arcs du cycle, nous obtenons pour un noeud quelconque du cycle le potentiel suivant (voir la figure 3.7) :

$$\pi_i = \frac{h_{k_i} + \sum_{k=k_{i+1}}^{k_c} \left[h_k \prod_{r=1}^{k-1} a_r \right]}{\beta_c - 1}$$

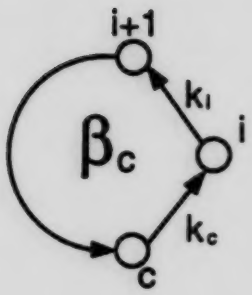


Figure 3.7: Le potentiel de référence dans un circuit.

où les arcs sont étiquetés dans l'ordre du parcours.

Le numérateur est nommé le *coût unitaire* du flot dans le cycle. Avec π_i en main, on trouve les autres potentiels en appliquant la formule récursive mentionnée plus haut.

L'interprétation économique des conditions d'écart complémentaire est la suivante. En vertu de l'équation de la condition (a), le potentiel π_i correspond au coût total pour obtenir une unité de flot (circulant dans les arcs de base) au noeud i, de même π_j au noeud j. Maintenant, si $1/a_k$ unités de flot depuis le noeud i donne 1 unité de flot au noeud j, alors le coût total de faire venir un unité de flot au noeud j est

$$\pi_j = \frac{1}{a_k}(\pi_i + h_k)$$

Même s'il y a un flot véhiculé par les arcs hors-base, les potentiels correspondent au coût unitaire d'un flot véhiculé par les arcs de base. Toutefois à l'optimalité, la condition 3(c) indique qu'un flot hors-base dans l'arc k offre un meilleur coût unitaire au noeud j que le flot qui y arrive par l'arc de base. Mais, puisque le flot atteint la capacité de l'arc hors-base, la solution ne peut être améliorée par un accroissement du flot. Aussi, la condition 3(b) indique qu'un flot hors-base dans k

n'offre pas un meilleur coût unitaire au noeud j par rapport au flot arrivant depuis un arc de base. Puisqu'il n'y a aucun flot dans cette arc hors-base, la solution de base ne peut donc être améliorée par une réduction du flot.

Ainsi, d'un point de vue économique, aucun changement de base (et donc aucun changement de flot dans les arcs) ne pourra améliorer la fonction objective si les conditions ci-haut sont respectées.

Le choix d'un arc d'entrée au début d'une opération de changement de base cherchera à minimiser le coût du flot dans le réseau en détournant les flots vers (hors) les (des) arcs hors-base dont le coût unitaire pour véhiculer le flot est inférieur (supérieur) au flot véhiculé dans les arcs de base. Autrement dit, après avoir défini les potentiels de la base courante, l'arc d'entrée choisi sera parmi ceux qui ne respecteront pas les conditions 3(b) ou 3(c) des écarts complémentaires.

3.1.6 L'algorithme primal

Nous sommes en mesure maintenant d'énoncer formellement l'algorithme primal permettant de résoudre le sous-problème. Cette méthode de solution est bien connue et s'apparente au simplexe pour les problèmes généraux de la programmation linéaire.

Nous énoncerons l'implémentation particulière de l'algorithme primal, nommée PGAINS, tel que définie par Jensen et Barnes. C'est d'ailleurs leur implémentation que nous utiliserons dans la partie expérimentale de ce mémoire.

Dans ses grandes lignes, l'approche primale se définit en quatre étapes :

1. À partir d'une solution de base au problème primal, calculer les potentiels π

associés à la base.

2. Choisir un arc d'entrée qui ne respecte pas les conditions d'écarts complémentaires (i.e. qui ne soit pas dual réalisable). S'il n'y en a aucun, nous avons donc une solution optimale.

3. Trouver le chemin de changement de flot imposé par l'arc d'entrée. Faire passer par l'arc d'entrée le plus grand changement de flot possible. Identifier l'arc de départ contraignant le changement de flot.

4. Changer de base en retirant l'arc de départ et en incluant l'arc d'entrée.

L'implémentation de l'approche primale proposée par Jensen et Barnes fait usage de la structure de donnée nommée *triple labeling* pour représenter une base orientée. Nous référons le lecteur à leur manuel pour plus de détails à ce sujet. D'ailleurs, on y trouvera toutes les routines de service pour exécuter les étapes de l'algorithme.

Nous terminons cette section en énoncant ci-dessous la procédure principale de l'implementation de Jensen et Barnes. L'auteur de ce mémoire a développé le code FORTRAN[12].

PGAINS : Programme principal de l'algorithme primal pour le problème de minimisation du coût d'un flot dans un réseau avec multiplicateurs.

1. Construire une base initiale et définir les potentiels.

2. Choisir un arc d'entrée qui ne respecte pas les conditions d'écart complémentaire. Le nommer k_e. Cet arc correspond à celui dont l'écart ($| h_k + \pi_i -$

[12]Nous mettons en garde le lecteur. Les procédures du manuel de Jensen et Barnes ne sont pas dépourvues d'erreurs d'édition.

$a_k\pi_j$ |) est le plus grand parmi les arcs émergeant du noeud courant et où la recherche d'un arc s'effectue en examinant un à un les noeuds[13]. S'il n'y en a aucun, nous avons une solution optimale.

3. Trouver le noeud d'origine i^e et terminal j^e de k_e. Trouver le maximum de changement de flot, MFE, dans k_e. Trouver le chemin de changement de flot et calculer Γ_i pour chaque noeud. Déterminer le changement maximal de flot, MF, dans ce chemin ainsi que l'arc k_l limitant ce flot. Si MFE < MF, alors $k_l \leftarrow k_e$ et MF $\leftarrow$ MFE.

4. Si MF > 0, changer par une valeur $\Gamma_i f^*_{k_e}$, où $f^*_{k_e}$ = MF, le flot des arcs $k(i,j)$ dans le chemin de changement de flot. Changer aussi le flot dans k_e. Si MF = 0, nous avons une base dégénérée.

5. Si $k_l = k_e$, aucun changement de base n'est nécessaire, aller à l'étape 2. Sinon, déterminer si k_l est dans la partie commune, parallèle ou antiparallèle du chemin de changement de flot. Si k_l est dans la partie parallèle, retenir l'arc orienté associé à k_e qui est dans le sens contraire de l'arc admissible k_e^* , aller à l'étape 7. Si k_l est dans la partie commune, l'arc orienté associé à k_e est dans le même sens que l'arc admissible k_e^* , aller à l'étape 6. Si k_l est dans la partie antiparallèle, l'arc orienté associé à k_e est dans le même sens que l'arc admissible k_e^* , aller à l'étape 7.

6. Changer la base en retirant k_l et en ajoutant k_e. Les arcs entre j^l et j^e de la base orientée courante seront inversés pour définir une nouvelle base orientée. Calculer le gain β du cycle ayant k_e pour arc. Calculer le *coût unitaire*, h_β, du flot dans le cycle. Calculer $\pi_{i^e} = \frac{h_\beta}{\beta - 1}$.

[13]On exclut le noeud courant de la liste des noeuds à considérer en préparation à un prochain passage par cette étape. Si la liste des noeuds est vide, on remet tous les noeuds dans la liste.

7. Changer la base en retirant k_l et en ajoutant k_e. Les arcs entre j^l et j^e (i^e) de la base orientée courante seront inversés pour définir une nouvelle base orientée si k_l est dans la partie parallèle (antiparallèle).

8. Changer les potentiels π_i des noeuds à partir du noeud j^e dans le sens de la base orientée en appliquant la formule récursive $0 = \pi_i + h_k - a_k\pi_j$ aux arcs $k(i,j)$.

3.2 La fabrication des coupes de Benders

La résolution du sous-problème nous informera des coûts marginaux de production d'énergie associés à la capacité de production des diverses classes de centrales. Autrement dit, les variables duales associées aux contraintes de capacité sur les flots donneront une valeur économique à l'accroissement des capacités de production pour chaque classe de centrales[14].

L'approche de Benders exploite cet espace des coûts marginaux à son avantage, en substituant au sous-problème une succession de contraintes sur les investissements. Nous entendons présenter dans ce qui suit la forme détaillée de ces contraintes pour le problème particulier qui nous intéresse.

Nous reformulons la forme abrégée du programme vue au premier chapitre,

[14]Cette remarque exclut, bien entendu, les coupes définissant le domaine effectif.

$$\min \quad cx + dy$$

s.c.

$$(P) \qquad \begin{aligned} Fx \qquad\qquad & \geq \quad b_1 \\ -Ax + Dy \quad & \left\{ \begin{matrix} = \\ \leq \end{matrix} \right\} \quad b_2 \end{aligned}$$

$$x \geq 0, \text{ entier}$$
$$y \geq 0$$

Cette forme signifie que les éléments de A sont positifs et que l'inégalité devant b_2 exprime une borne supérieure sur les capacités, étant donné que les éléments de b_2 sont positifs. L'égalité devant b_2 se réfère aux contraintes de conservation du flot.

Le sous-problème s'écrira,

$$\min \quad dy$$

s.c.

$$(SP) \qquad Dy \left\{ \begin{matrix} = \\ \leq \end{matrix} \right\} (b_2 + Ax)$$

$$y \geq 0$$

le dual est

$$\max \quad u(b_2 + Ax)$$

s.c.

$$uD \leq d$$

$$u \leq 0$$

avec u_j libre pour certain j.

Pour respecter la forme retenue à la dernière section, nous écrirons

$$-\min\ u(b_2 + Ax)$$

(DSP) s.c.

$$uD \geq -d$$

$$u \geq 0$$

Le problème-maître du chapitre précédent devient

$$\min \phi(x)$$

s.c.

(IG_k)

$$Fx \geq b_1$$

$$cx - u^p(b_2 + Ax) \leq x^u - \epsilon \qquad (p: 1, \ldots, \hat{p})$$

$$-v^s(b_2 + Ax) \leq 0 \qquad (s: 1, \ldots, \hat{s})$$

$$x \geq 0, \text{entier}$$

Pour reprendre la notation des variables duales de notre discussion sur le problème de flot à coût minimal, nous réécrivons le problème dual (DSP),

$$-\min\ (\pi, \delta)(b_2 + Ax)$$

(DSP) s.c.

$$\pi \widetilde{D} + \delta I \geq -d$$

$$\pi \text{ , libre}$$
$$\delta \geq 0$$

où

$$D \equiv \begin{bmatrix} \widetilde{D} \\ I \end{bmatrix}, \quad u \equiv (\pi, \delta)$$

et I la matrice identité.

Avec les vecteurs disposés selon les rangées et les colonnes de D , on a

$$
\begin{array}{ccccc}
(\pi, \delta) & & & & (b_2 + Ax) \\
\downarrow & & (y_1, y_2, \ldots, y_m) & & \downarrow \\
\begin{pmatrix} \pi_{sf} \\ \pi_{pf} \\ \pi_1 \\ \pi_2 \\ \vdots \\ \pi_{n-3} \\ \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_m \end{pmatrix} & \begin{bmatrix} & \widetilde{D}_{(n-1,m)} & \\ 1 & & \\ & 1 & \\ & & \ddots \\ & & 1 \\ & & & 1 \end{bmatrix} & \begin{pmatrix} = & (b_{sf} + \sum_{\zeta,s} \tilde{a}_{\zeta,s} x_{\zeta,s}) \\ = & -b_{pf} \\ = & 0 \\ = & 0 \\ & \vdots \\ = & 0 \\ \leq & (b_1 + \sum_{\zeta \in c(\sigma)} \tilde{a}_{\zeta,s(1)} x_{\zeta,s(1)}) \\ & \vdots \\ \leq & (b_m + \sum_{\zeta \in c(p)} \tilde{a}_{\zeta,s(m)} x_{\zeta,s(m)}) \end{pmatrix}
\end{array}
$$

Les rangées de la sous-matrice identité sont en rapport avec les capacités sur les arcs et aux valeurs duales δ. La matrice D impose les contraintes de conservation du flot dans un réseau. Ses rangées sont associées aux flots externes à chaque noeud et aux valeurs duales π. π_{sf} est le potentiel de la source à flot fixe, π_{pf} est le potentiel du puits à flot fixe et b_{sf}, b_{pf} leur flot externe respectif. La sommation $\sum_{\zeta \in c(\sigma)}$ s'effectue sur tous les projets $c(\sigma)$ d'une classe de centrales σ pour la période de mise en service $s(k)$ associée à l'arc k. S'il n'y pas de projets pour la classe de centrales considérée, mais des équipements modulaires (turbines à gaz, centrales thermique ou nucléaire, réservoirs excavés), il n'y a pas de signe de sommation et ζ prend la valeur associée à la classe de centrales considérée.

La source à flot fixe *sf* correspond au total des apports dans les réservoirs associés à l'ensemble des projets hydroélectriques, sur toute la durée du plan. b_{sf} correspond à l'apport aux réservoirs du parc hydroélectrique initial. $\tilde{a}_{\zeta,s}$ correspond à l'apport total entre les périodes de mise en service s et $s+1$ associé au projet

hydroélectrique[15] ζ. $\bar{a}_{\zeta,s(k)}$ correspond à l'accroissement de capacité sur l'arc k due au projet (ou centrales modulaires) ζ mis en service à la date s.

Pour les coupes définissant le domaine effectif, où v^q est un rayon extrémal de l'espace dual du sous-problème

$$-v^q\,(b_2 + Ax) \leq 0$$

nous aurons

$$\pi_{pf} b_{pf} - \pi_{af} b_{af} - \pi_{af} \sum_{\zeta,s} \bar{a}_{\zeta,s} x_{\zeta,s} - \sum_{k=1}^{m} \delta_k \left(b_k + \sum_{\zeta \in c(\omega_k)} \bar{a}_{\zeta,s(k)} x_{\zeta,s(k)}\right) \leq 0 \quad \forall\, k \in M$$

ou

$$-\sum_{\zeta,s} \left[\sum_{k=1}^{m} (\delta_k \bar{a}_{\zeta,k(s)}) + \pi_{af} \bar{a}_{\zeta,s}\right] x_{\zeta,s} \leq \pi_{af} b_{af} - \pi_{pf} b_{pf} + \sum_{k=1}^{m} \delta_k b_k$$

$k(s)$ est la réciproque de $s(k)$, où l'arc k se trouve entre la date de mise en service s et $s+1$. ω_k correspond à la classe de centrales affectant la capacité de l'arc k.

Pour les coupes associées aux coûts marginaux de production, où u^p est un point extrémal de l'espace dual du sous-problème

$$cx - u^p\,(b_2 + Ax) \leq z^u - \epsilon$$

nous aurons

$$\sum_{\zeta,s} \left[c_{\zeta,s} - \sum_{k=1}^{m} (\delta_k \bar{a}_{\zeta,k(s)}) + \pi_{af} \bar{a}_{\zeta,s}\right] x_{\zeta,s} \leq (z^u - \epsilon) + \pi_{af} b_{af} - \pi_{pf} b_{pf} + \sum_{k=1}^{m} \delta_k b_k$$

[15]On se souviendra que la valeur de l'apport pour une saison donnée est définie par la capacité de l'arc entre le noeud *af* et le noeud des centrales hydroélectriques.

Chapitre 4

Résultats numériques

Dans ce chapitre, nous rapportons les résultats numériques d'un programme informatique qui matérialise le modèle et l'approche de résolution du problème posé dans ce mémoire[1]. Le comportement du modèle (*c.-à-d.* la valeur de l'objectif et les choix d'investissement) et la performance algorithmique seront décrit sommairement à partir de quelques variantes d'un cas générique.

Dans un premier temps, nous présentons les caractéristiques communes aux scénarios que nous avonsétudiés. Ensuite, nous définissons le cas générique et ses variantes. Nous terminons avec les résultats des tests et nos commentaires.

4.1 Caractéristiques communes aux scénarios

Les tests ont été effectués sur des problèmes ayant un horizon de 20 ans avec 6 dates de mise en service permises. Le programme utilisé a permis de déterminer les choix d'investissement parmi dix complexes (vallées ou projets) hydroélectriques,

[1]Le code informatique que nous avons développé est écrit en FORTRAN 77. Il a approximativement 7000 lignes dont 3000 lignes de commentaires (incluant les lignes libres). Les résultats ont été obtenu sur un *SPARC station 2* de *SUN*.

trois projets de centrales pompées, un nombre illimité de turbines à gaz d'une technologie donnée, un nombre illimité d'électrolyseurs, de réservoirs et de piles d'une technologie associée à la production d'hydrogène. Sous ces conditions, le problème possède 102 variables de décision et 97 contraintes de départ avant l'ajout des contraintes de Benders. Cependant, seuls les complexes hydroélectriques et les centrales pompées sont soumis à la contrainte d'intégralité, de sorte que nous avons 78 variables binaires et 24 variables continues pour le problème maître. La raison première de vouloir transformer le problème-maître en un problème à variables mixtes est l'usage du progiciel de recherche ZOOM-XMP [34, 35], qui nous oblige à nous restreindre aux problèmes dont les variables entières sont binaires. Ce progiciel adapte l'heuristique de Balas et Martin [3] définie pour les problèmes à variables entières aux problèmes à variables mixtes. Toutefois, les équipements associés aux variables continues ont, d'une part, un impact économique relativement faible par rapport aux projets hydroélectriques et, d'autre part, à des valeurs de variables élevées, l'arrondissement des variables a aussi relativement peu d'impact.

Le sous-problème de production est composé de deux *distributions de la puissance classée* par année, soit une pour la saison de forte précipitation et l'autre pour la saison de forte demande d'énergie et de puissance. Toutes les *distributions de la puissance classée* du plan possèdent deux paliers. Sous ces conditions, tous nos tests impliquent, pour le sous-problème de production d'énergie, un réseau de 204 noeuds et de 641 arcs (figure 4.1).

L'offre d'énergie venant des complexes hydroélectriques est la même d'année en année, car nous n'imposons aucune variation d'hydrolicité. La demande d'électricité suit un comportement linéaire ainsi que la demande d'hydrogène industrielle. La figure 4.2 est une représentation approximative de la demande qui suit plutôt une courbe en escalier. Pour tous les cas testés, la demande progresse selon deux taux

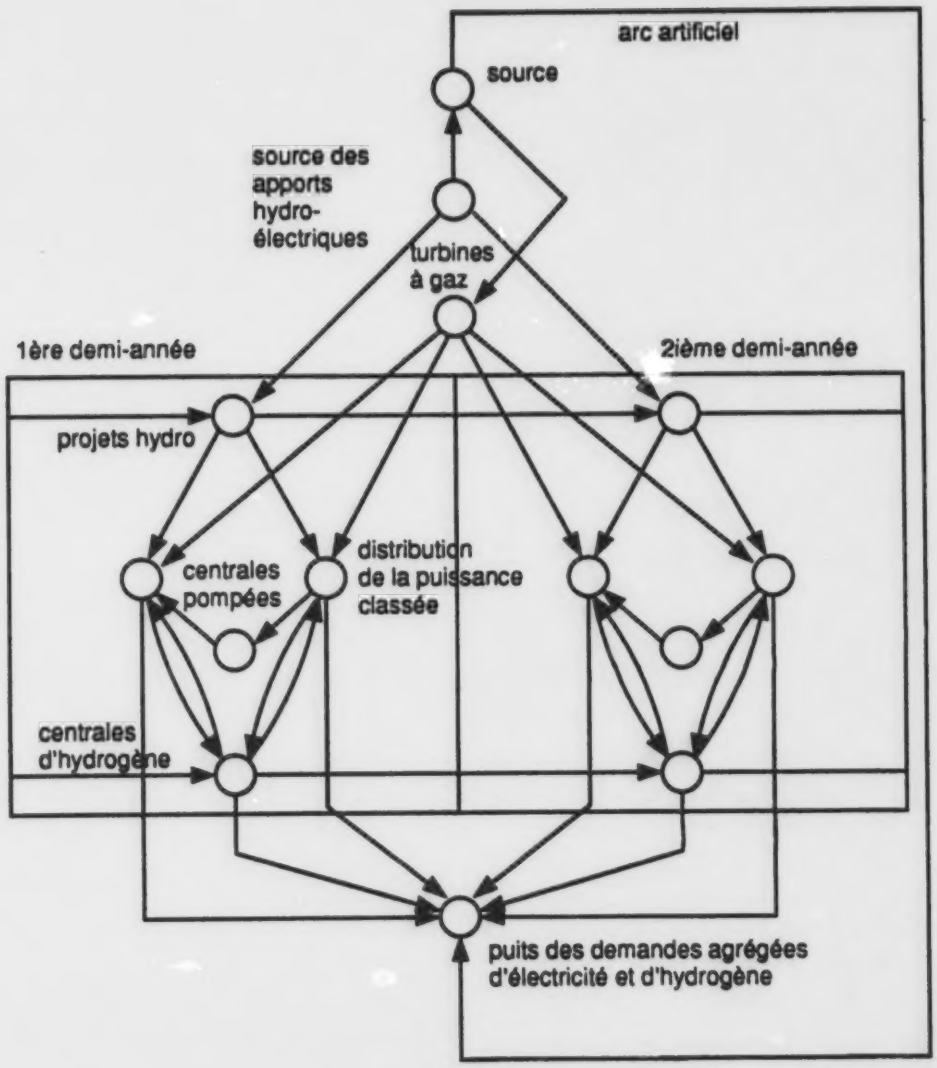
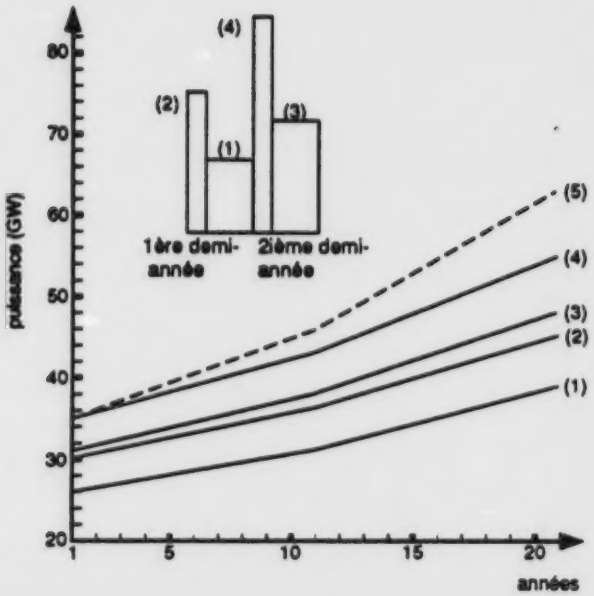


Figure 4.1: Réseau du sous-problème des cas testés.



(1) base de la 1ère demi-année
(2) pointe de la 1ère demi-année
(3) base de la 2ième demi-année
(4) pointe de la 2ième demi-année
(5) demande industrielle d'hydrogène (superposée)

Figure 4.2: La demande de puissance et d'hydrogène industielle pour les cas testés.

d'accroissement suivant les dix premières années et les dix dernières années. Les cas présentés à l'annexe précisent la composante continue et d'accroissement de la demande.

Finalement, pour tous les cas testés, sauf un, on exécute la phase 1 de McDaniel et Devine (*c.-à-d.* la relaxation des contraintes d'intégralité) jusqu'à ce que le problème soit non réalisable, puis nous passons à la phase 2.

4.2 Les cas testés

Nous avons fait tourné six cas à l'ordinateur, les cinq derniers étant une variante du premier. Les données de chaque cas soumis à l'ordinateur sont présentées en annexe[2]. Ci-dessous, nous définissons chacun des cas testés.

pb1 : Un cas générique produisant un scénario d'investissements où toutes les classes d'équipements sont sollicitées. Il n'y a aucune perte d'énergie dûes au stockage, il n'y a aucune demande industrielle et $\delta = \epsilon = 0.1 Z^{sup}$. Nous sommes dans un contexte de forte hydrolicité avec des apports en sus des capacités de turbinage.

pb2 : La variante de **pb1** qui impose des pertes d'energie dûes au stockage (voir annexe pour les facteurs d'efficacité).

pb3 : La variante de **pb1** qui retire de l'exercice de planification la possibilité d'investir dans les centrales d'hydrogène.

pb4 : La variante de **pb1** qui passe directement à la phase 2 de l'approche de McDaniel et Devine.

pb5 : La variante de **pb1** dans laquelle on pose $\epsilon = 0.01 Z^{sup}$.

pb6 : La variante de **pb1** ayant, en plus de la demande d'électricité, une demande industrielle d'hydrogène.

[2]Les données économiques et technologiques ont été choisies sans référence à des données réelles. Elles sont donc de nature approximative.

4.3 Résultats des tests

Nous reportons les performances de temps et de convergence, présentées à l'annexe, au tableau 4.1. Pour les choix d'investissements, nous nous référons à la présentation en annexe. Nos observations pour chaque cas sont les suivantes.

Le cas **pb1** :

- Nous avons obtenu une solution ϵ-optimale avec un très grand nombre de contraintes générées en comparaison aux résultats obtenus par Côté [19]. Le programme de Côté génère un maximum de 9 contraintes (ou coupes) en 720 sec. (sur un IBM 3033) pour des problèmes-maîtres de 260 variables binaires avec 25 contraintes initiales et pour des sous-problèmes de 2700 noeuds avec 8200 arcs. Nos problèmes sont comparables, malgré trois différences importantes : nous avons des variables continues au problème-maître, certains investissements (électrolyseur et réservoir d'hydrogène) ne sont pas représentés dans le système de contraintes initial associées aux pointes de puissance et aux demandes agrégées d'énergie, et nous avons une phase initiale où les contraintes d'intégralité sont relâchées.
- Un effort substantiel est déployé pour circonscrire le domaine effectif.
- La phase 1 de McDaniel et Devine génère la grande majorité des coupes en peu de temps relativement au temps global.

les tests	phase 1					phase 2					global					
	cde	ccm	c1	t	tmi	cde	ccm	c2	t	tmi	t	tmi	c	c1/c2	cde/ccm	obj
pb1	32	2	34	7.4	0.2	3	3	6	13.4	2.2	20.8	0.5	40	5.7	7.0	53.44 *
pb2	46	3	49	51.5	1.1	15	3	18	15.1	0.8	66.6	1.0	67	2.7	10.2	55.95 *
pb3	0	3	3	2.5	0.8	0	1	1	2.4	2.8	4.9	1.2	4	3.0	0.0	59.74 *
pb4	0	0	0	0	0	31	2	33	36.9	1.1	36.9	1.1	33	0.0	15.5	54.97
pb5	32	2	34	7.4	0.2	27	23	50	208.6	4.2	216.0	2.6	84	0.7	2.3	51.75
pb6	37	4	41	13.8	0.3	10	2	12	18.4	1.5	32.2	0.6	53	3.4	7.8	66.71 *

cde : coupes du domaine effectif **ccm** : coupes des coûts marginaux **t** : le temps (elapsed sec.)
c : nombre de coupes **tmi** : le temps moyen par itération **obj** : l'objectif (milliards $)
* : epsilon-optimale **c1, c2** : nombre de coupes pour chaque phase.

Tableau 4.1: Tableau des résultats.

Le cas **pb2** :

- La performance de temps de la phase 1 se détériore grandement au point d'avoir un temps moyen de calcul par itération qui soit supérieur à la phase 2.
- Par rapport à **pb1**, il y a un plus grand effort global à définir le domaine effectif.
- Les pertes d'énergie au stockage entraînent une augmentation de la valeur de l'objectif comme prévu dans ce contexte à forte hydrolicité.
- Avec moins d'énergie disponible, les projets hydroélectriques #2, #3 sont mis en service plus tôt avec l'ajout du projet #6 et de toutes les centrales pompées. La capacité des centrales d'hydrogène diminue.
- Le nombre de coupes générées est supérieure à **pb1**. Cela provient, nous croyons, de l'accroissement du nombre de bases possibles (et accessibles) au niveau du sous-problème par l'effet des multiplicateurs pour les problèmes de flot généralisé.
- Le temps moyen par itération augmente en vertu du grand nombre d'itérations générées et aussi en vertu des structures de base plus complexes à manipuler lors de la résolution du sous-problème.

Le cas **pb3** :

- Amélioration majeure de la convergence puisque nous nous retrouvons dans un contexte proche au problème posé par Côté [19] (*c.-à-d.* réduction du nombre de variables continues au problème-maître).
- Absence de coupes définissant le domaine effectif.
- La phase 1 de McDaniel et Devine génère toutes les coupes sauf la dernière, améliorant ainsi la performance globale. N'avoir qu'une seule coupe à générer à la deuxième phase est une caratéristique observée par McDaniel et Devine [37] à l'égard de plusieurs petits problèmes de structure différente dont le problème-maître est purement en nombres entiers.
- L'objectif se comporte comme prévu. Avec un nombre restreint d'équipements, nous nous éloignons de l'optimum de **pb1**. Toutes les centrales pompées sont mises à contribution pour bénéficier de l'avantage du stockage de l'énergie. Les turbines à gaz sont fortement sollicitées.

Le cas **pb4** :

- L'heuristique n'a pu trouver une solution ϵ-optimale. Cependant, l'écart avec l'objectif de **pb1** n'est que de 2.8 %.
- L'effort pour sortir du domaine effectif est deux fois plus grand, ce qui est surprenant. Le maintien des contraintes d'intégralité devrait permettre de «trancher» plus profondément dans l'espace de solution. Cependant, n'ayant qu'un seul cas de ce type, nous pensons que la dynamique particulière de résolution, au fil des itérations, ne favorise pas les coupes associées aux coûts marginaux du sous-problème.

- Le temps global est supérieur à **pb1**, moins de coupes en plus de temps.
- La solution sacrifie le projet hydro # 1 et une fraction des capacités de stockage des centrales d'hydrogène en faveur d'une mise en service précoce de la centrale pompée # 1 et d'un accroissement de la capacité des turbines à gaz.

Le cas **pb5** :

- Sans obtenir une solution ϵ-optimale, l'objectif s'est amélioré de 3 % pour un temps global de 1000 % plus grand que **pb1**. Une diminution d'ϵ d'un ordre de grandeur augmente la performance globale de temps d'un ordre de grandeur.
- Comme pour **pb1**, la phase 2 génère en nombres approximativement égal les deux types de coupes. On peut penser que cela est inhérent aux propriétés économiques locales de la solution.
- La solution met en service plus tôt les projets hydroélectriques # 1 et # 2 ainsi que la centrale pompée # 1. La capacité des électrolyseurs et des piles diminue au début du plan et augmente à la fin. Les réservoirs d'hydrogène ont moins de capacité de stockage. La capacité des turbines à gaz diminue.

Le cas **pb6** :

- La phase 2 s'engage fortement à définir le domaine effectif. Puisque les électrolyseurs et les réservoirs (pour le stockage interannuel) sont des équipements nécessaires pour satisfaire la demande industrielle d'hydrogène, et que

ces deux équipements sont représentés par des variables continues et ne sont pas représentés par les contraintes de pointe et d'énergie agrégée du problème-maître, il se peut, pour ces raisons, que le programme-maître ait de la difficulté à produire des solutions réalisables, même près de l'optimum.

- L'objectif augmente sa valeur comme prévu. La solution accroît massivement (370 %) la capacité d'électrolyse et d'environ 40 % la capacité des réservoirs d'hydrogène. La capacité des piles augmente entre 4 et 13 unités. Les projets hydroélectriques et les centrales pompées sont mis en service plus tôt et de nouveaux projets s'ajoutent au plan.

- L'itération produisant la meilleure solution n'est pas dans ce cas l'avant-dernière.

4.4 Autres observations

En plus des remarques que nous avons tirées à partir de chaque cas testé, nous signalons des observations additionnelles d'ordre général :

- Lors de notre expérimentation sur des petits cas de structure comparable, nous avons constaté
  - que la relaxation des contraintes d'intégralité génère un plus grand nombre de contraintes redondantes parce que les coupes excluent de moins grandes portions de l'espace de solution,
  - que la valeur des variables entières change peu souvent au fil des itérations et tend à être fixée dès les premières itérations.

- Les investissements massifs dans les turbines à gaz et dans les piles (dans une moindre mesure) servent à couvrir la demande avant la «fin du monde». C'est un biais du modèle que nous avons signalé dans un chapitre précédent.

- Dans tous les cas testés (sauf **pb3**), nous avons, séparément ou simultanément, du stockage saisonnier et interannuel (figure 4.3).

- Plusieurs itérations non réalisables au sous-problème (créant donc des coupes du domaine effectif) auraient pu être évitées si nous avions perturbé la capacité de tous les arcs qui se terminent au puits plutôt qu'un seul. On se souviendra que la somme des capacités de ces arcs est égale à la demande au puits. Nous pensions qu'il aurait été suffisant de pertuber un seul arc pour décourager la dégénérescence des solutions associées à la capacité de ces arcs. Cependant, lors des calculs de changement de flots, l'arc artificiel se retrouvait quand même avec des flots infinitésimaux ($\approx 10^{-17}$), sans sortir de la base. Ceci informait, par le fait même, le programme que le problème-maître venait de produire une solution non réalisable pour le sous-problème.

4.5 Commentaires

Puisque les méthodes de décomposition impliquent l'usage de techniques récursives de solution, souvent, ils sont sujets à des problèmes de convergence qui peuvent sérieusement affecter la performance de l'algorithme (Côté [19]). Dans un tel contexte, il nous vient naturellement à l'esprit d'adopter une stratégie de relaxation pour améliorer la performance en temps et c'est ce que nous avons tenté avec la méthode de Benders.

Toutefois, la structure du problème (*c.-à-d.* sa formulation) est un déterminant

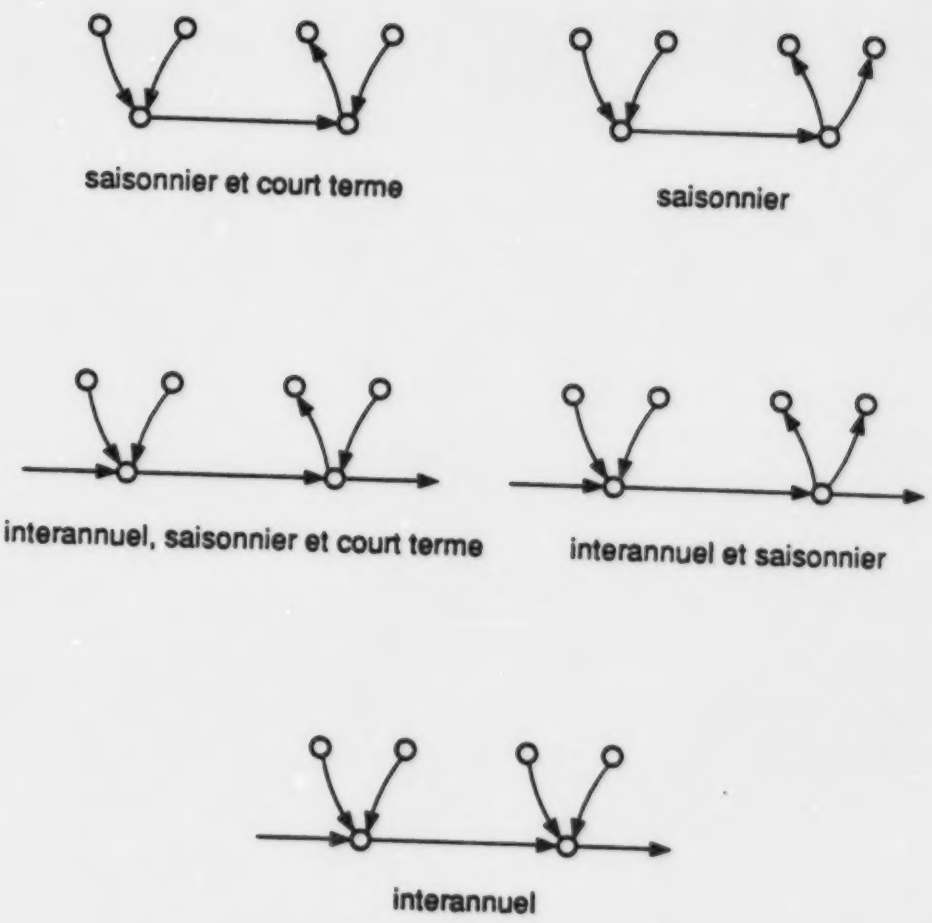


Figure 4.3: Les modes de stockage saisonnier et interannuel de l'énergie sous forme d'hydrogène.

important de la propriété de convergence et dans le cas où nous laissons tomber la structure d'intégralité de l'espace de solution, nous pouvons observer une dégradation de la convergence pour les méthodes inspirées de Benders [16, 37] en particulier. Notre expérimentation tend aussi à confirmer cet effet, mais le degré de dégradation de la convergence reste à établir pour la classe de problèmes considérée. L'approche algorithmique a son mérite si le temps global de résolution est amélioré. Le cas **pb1** par rapport à **pb4** est encourageant à cet égard pour l'approche retenue dans ce mémoire.

Contrairement à McDaniel et Devine [37], nous n'avons pas appliqué la méthode originale de Benders, mais la variante proposée par Geoffrion et Graves [23], sans toutefois arrêter le problème-maître à la première solution réalisable obtenue. Selon la stratégie de Geoffrion et Graves, nous savons qu'il n'est pas nécessaire d'obtenir une solution optimale au problème maître. Cependant, dans le sens du commentaire de Côté[16], la qualité de l'information échangée entre le sous-problème et le problème-maître et l'utilisation que nous en faisons, affectent la convergence des méthodes de décomposition. À cet égard, la variante de Geoffrion et Graves serait inférieure à la méthode de Benders en vertu des problèmes maîtres sous-optimaux. Comme nous l'avons noté dans un chapitre précédent, il n'est pas important d'obtenir l'optimum du problème-maître pour les premières itérations, car on possède alors trop peu d'information sur le sous-problème pour justifier les efforts requis par cette recherche. Par contre, l'effet de l'approche se fera sentir, nous pensons, vers les dernières itérations en générant des coupes supplémentaires avant l'arrêt du programme. À cela, il faut ajouter l'effet des coupes redondantes qui ne sont pas exclues dans l'approche de Geoffrion et Graves, contrairement à la méthode de Benders.

À notre avis, il serait avantageux d'exécuter le simplexe au problème con-

tinu avant l'heuristique pour la résolution du problème maître en nombres entiers. D'abord, le simplexe ne faillit pas dans sa recherche d'une solution et par conséquent, avec un δ approprié, nous permettrait d'enrichir le problème de plusieurs contraintes supplémentaires. Puis, sous ces conditions, la proximité de la solution finale (même sans ϵ-optimum) de la solution optimale risque d'être moins grande. Ceci est important, puisqu'une petite variation de la valeur de l'objectif peut engendrer une politique d'investissement radicalement différente. Le cas **pb4** est un exemple éloquent de cette effet. Par rapport à **pb1**, **pb4** abandonne complètement le projet hydroélectrique # 1 pour une variation de 3 % de la valeur de l'objectif.

Conclusion

La problématique posée dans ce mémoire est une extension naturelle des travaux existants sur la planification de l'expansion de la capacité de génération des firmes produisant de l'énergie hydroélectrique. Elle tient compte de l'arrivée prochaine d'importants moyens de stockage de l'énergie, telles les centrales d'hydrogène électrolytique, et de l'usage croissant de l'hydrogène pour des fins industrielles.

Nous avons retenu une formulation mathématique du problème qui respecte dans sa forme générale ce qui a déjà été fait. Par contre, nous avons introduit des aspects nouveaux au modèle.

- Outre la présence d'importants moyens de stockage de l'énergie, les composantes des centrales d'hydrogène (électrolyseurs, réservoirs et piles) font l'objet de décisions indépendantes; ce qui permet à l'optimum de fournir des paramètres de conception des centrales.
- La demande d'énergie électrique n'est plus la seule composante de la demande; une demande industrielle indépendante d'hydrogène contribue à rentabiliser les centrales d'hydrogène.
- La structure sous-jacente de réseau a un paramètre supplémentaire pour tenir compte de la perte d'énergie au stockage.

- Le réservoir des centrales pompées (stockage à court terme) n'est pas représenté pour les *distributions de la puissance classée* de durée saisonnière.

Aussi, le modèle est une version préliminaire et donc nécessairement simplifiée. Nous n'avons pas considéré tous les aspects de la planification pour une firme. Cependant, nos hypothèses simplificatrices n'excluent pas les éléments pertinents à l'étude de l'effet des centrales d'hydrogène sur les choix d'investissement.

Nous avons conçu une variante de l'approche de résolution de Benders qui unit la formulation de Geoffrion et Graves [23] des problèmes et la stratégie de relaxation des contraintes d'intégralité proposée par McDaniel et Devine [37]. Une fois les contraintes d'intégralité appliquées, nous avons recours à une méthode heuristique pour résoudre le problème-maître, comme nous le proposait Côté [19, 20]. Cette approche «hybride» tente d'améliorer la vitesse de l'algorithme au prix d'une détérioration du taux de convergence.

Les résultats numériques ont été obtenus à partir de quelques cas et avec un code informatique préliminaire. Sans tirer des conclusions définitives pour l'algorithme proposé (ayant peu de tests), les résultats ont cependant une valeur indicative que nous résumons ci-dessous.

1. N'ayant pas de connaissance préalable des solutions optimales, nous ne pouvons établir avec certitude la précision des solutions, cependant les résultats ont du sens et changent de manière cohérente avec les changements de données.

2. La présence de variables continues dans le problème-maître nuit au taux de convergence (*cf.* **pb3** et **pb4**).

3. Le problème de flot à coût minimum du sous-problème nuit au taux de conver-

gence si nous avons des multiplicateurs inférieurs à un (associés à l'efficacité énergétique des centrales de stockage, *cf.* **pb2**).

4. Malgré les points 2 et 3, l'approche de McDaniel et Devine améliore la vitesse (*cf.* **pb4**).

5. Réduire la proximité ϵ de la solution ϵ-optimale d'un ordre de grandeur augmente le temps global de solution d'un ordre de grandeur (*cf.* **pb5**).

Finalement, nous proposons les extensions suivantes à notre travail :

- Des tests supplémentaires devront être réalisés pour confirmer les conclusions rapportées dans ce mémoire; il faudrait en particulier considérer des problèmes de plus grande dimension (plus de classes d'équipements et plus de dates de mise en service).

- Il faudra développer des techniques (fonctions *hashings*) pour détecter les contraintes redondantes générées par le sous-problème (à partir de l'index des arcs de base) et établir leur fréquence.

- Puisque nous croyons que les contraintes redondantes nuisent suffisamment au taux de convergence, les contraintes redondantes devront être interceptées par le programme pour ne pas encombrer le problème-maître.

- Une analyse post-optimale de la solution du sous-problème permettra, peut-être, de définir une technique d'ajustement dynamique d'ϵ, de sorte que la nouvelle contrainte générée puisse «trancher» juste assez profondément dans l'espace de solution pour exclure toute solution du problème-maître («proche» de la dernière générée) qui produirait au sortir du sous-problème une contrainte redondante.

Références

[1] ALDERSON, J.E.A., « L'hydrogène et le stockage de l'énergie – programme fédéral R & D de l'energie », CNRC, *NRC 21082*, 1983, p. 108.

[2] ANDERSON, D., "Models for Determining Least-cost Investments in Electricity supply", *The Bell journal of economics and management science*, vol. 3, 1972, pp. 267-299.

[3] BALAS, E., MARTIN, C.H., "Pivot and Complement – A heuristic for 0-1 programming", *Management Science*, Vol. 26, no. 1, 1980, pp.86-96.

[4] BÉLANGER, G., « L'hydrogène au Québec », *Interface*, vol. 5, no. 1, Janvier-Fevrier, 1984, pp. 7-10.

[5] BÉLANGER, G., VIJH, A.K., "Recent Trends in Hydrogen Energy in Canada with a Focus on Work at the Institut de Recherche d'Hydro-Québec (IREQ)", *Int. J. Hydrogen Energy*, vol. 9, no. 4, 1984, pp. 285-291.

[6] BELGARI, F., LAUHGTON, M.A., "The Combined Cost Method for Optimal Economic Planning of an Electrical Power System", *IEEE trans. power apparatus and system*, vol. PAS-94, no. 6, Nov/Dec, 1975, pp. 1935-1942.

[7] BENDERS, J.F., "Partitioning Procedures for Solving Mixed Variables Programming Problems", *Numerishe mathematik*, vol. 4, 1962, pp. 238-252.

[8] BINSSE,L., « L'état de New York aura peut-être besoin de l'électricité du Québec dès l'an 2000 », *La Presse*, 9 juillet, 1992.

[9] BLOOM, J.A., "Solving an Electricity Generating Capacity Expansion Planning Problem by Generalized Benders' Decomposition", *Operations research*, vol. 31, no. 1, Jan-Feb, 1983, pp. 84-100.

[10] BLOOM, J.A., CARAMANIS, M., CHARNY, L., "Long-range Generation Planning Using Generalized Benders' Decomposition: Implementation and Experience", *Operations research*, vol. 32, no. 2, March-April, 1984, pp. 290-313.

[11] BOURASSA, Robert, « L'Énergie du Nord: la force du Québec », Québec/Amérique, Montréal, 1985, p.223.

[12] CARNEIRO, M., FRANÇA, P.M., SILVEIRA,P.D., "Long-range Planning of Power Distribution Systems : Secondary Networks", Centre de recherche sur les transports, *Publication 792*, july, 1991, p. 24.

[13] CHAMPAGNE,R.D., "Transition to Hydrogen", Proceedings of the 5th world hydrogen energy conference, Toronto, Canada, 15-20 july 1984, *Pergamon press*, pp. 11.

[14] CONSEIL DE L'INDUSTRIE DE L'HYDROGÈNE, "U.S. Hydrogen Inventory - 1987", 1988.

[15] CONSEIL DE L'INDUSTRIE DE L'HYDROGÈNE, "Canadian Hydrogen Inventory - 1987/88", 1988.

[16] CÔTÉ, G., LAUGHTON, M.A., "Decomposition Techniques in Power System Planning: the Benders Partitionning Method", *International journal of electrical power & energy systems*, vol. 1, no. 1, April 1979, pp. 57-64.

[17] CÔTÉ, G., LAUGHTON, M.A., "Prediction of Reserve Requirements in Generation Planning", *International journal of electrical power & energy systems*, vol. 2, no. 2, april, 1980, pp. 87-95.

[18] CÔTÉ, G., LAUGHTON, M.A., "Stochastic Production Costing in Generation Planning: a Large-scale Mixed Integer Model", *Mathematical programming study*, 20(1982), pp. 54-71.

[19] CÔTÉ, G., "A Generation Planning Model for Hydro-thermal Systems Using a Decomposition Approach", a paper presented to the *Generation system planning & operation* subsection of the *Canadian electrical association*, Vancouver B.C., march 21, 1983.

[20] CÔTÉ, G., LAUGHTON, M.A., "Large-scale Mixed-integer Programming: Benders-type Heuristics", *EJOR*, 16(1984), pp.327-333.

[21] DAVIS, Ged.R., "Energy for the Planet Parth", *Scientific American*, vol. 263, no. 3, sept. 1990, pp. 55.

[22] GEOFFRION, A.M., "Elements of Large Scale Mathematical Programming", *Management science*, vol. 16, no. 11, july 1970, pp. 652-691.

[23] GEOFFRION, A.M.,GRAVES,G.W., "Multicommodity Distribution System Design by Benders Decomposition", *Management science*, vol. 20, no. 5, 1974, pp.822-844.

[24] GONDRAN, M., MINOUX, M., « Graphs et algorithmes », $2^{\text{ième}}$ édition, Collection de la direction des et recherches d'électricité de France, Éditions Eyrolles, 1985, Paris, pp.183.

[25] HAMMERLI, M., "The Potential Role of Electrolytic Hydrogen in Canada", Énergie atomique du Canada, *AECL-7676*, 1982, p. 120.

[26] HYDRO-QUÉBEC (IREQ), « Élaboration d'une stratégie québecoise de R & D sur l'hydrogène comme vecteur d'énergie – rapports sectoriels », 1981.

[27] HYDRO-QUÉBEC, « Proposition de plan développement d'Hydro-Québec – 1990-92 – horizon 1999 », Montréal, 1990, p.153.

[28] JENSEN, Paul A., BARNES, Wesley J., "Network Flow Programming", New York, 1980.

[29] KALYMAN, K.M., LYLE, A.R., "The Bulk Storage of Hydrogen", Canatom, *DSSFILE NO.01SX.3115-2-2602*, 1983(phase 1), 1984(phase 2).

[30] KREIDER YODER, Stephen, "Japan Persists in Costly Energy research", *The Wall Street Journal*, June 2, 1987, p.26.

[31] LAVALLÉE, Matthieu, « Piles à combustible – étude sommaire », *Hydro-Québec*, Ingénierie des centrales, décembre, 1984, p. 41.

[32] LEFEBVRE, H.Thomas et al., « Énergie de remplacement », Rapport du comité spécial de l'énergie de remplacement du pétrole, Chambre des communes du Canada, 1981, p. 292.

[33] MANNE, A.S.,"A Mixed Integer Algorithm for Project Evaluation", *Memorandum 71-3*, Developement research center, International Bank for reconstruction and developpement, Febuary 1971.

[34] XMP OPTIMIZATION SOFTWARE COMPANY, "Users manual for ZOOM/XMP", Tucson, Arizona, 1987, p.45.

[35] XMP SOFTWARE INC., "XMP Technical Reference Manual", Tucson, Arizona, 1987, p.61.

[36] MASSÉ, P., GIBRAT, R., "Application of Linear Programming to Investments in the Electrical Power Industry", in Nelson, J.R., "Marginal Cost Pricing in Practice", *Prentice-Hall*, Englewood Cliff, N.J., 1964.

[37] MCDANIEL, D., DEVINE, M., "A Modified Benders' Partitionning Algorithm for Mixed Integer Programming", *Management science*, vol. 24, no. 3, November 1977, pp. 312-319.

[38] NEF, U.John, "An Early Energy Crisis and its Consequences", *Scientific American*, vol. 237, no. 5, Nov. 1977, pp. 140.

[39] NOONAN, F., GIGLIO, R.J., "Planning Electrical Power Generation: a Non-linear Mixed Integer Model Employing Benders Decomposition", *Management science*, vol. 23, no. 9, May 1977, pp. 946-956.

[40] PRESSE CANADIENNE, « Les Japonais lorgne plus que jamais l'hydrogène », *La Presse*, 26 mai, 1992.

[41] SALKIN, Harvey M., "Integer Programming", Addison-Wesley, New York, 1975.

[42] TAUBE, M., "A System of Sydrogen Vehicles with Liquid Organic Hydrides", EIR-Bericht, *NR.436*, Würenlingen, 1981.

[43] TREMBLAY, Miville, « Le Québec s'engage dans le plus vaste programme de R & D sur l'hydrogène », *La Presse*, 10 octobre, 1991, p. D2.

[44] TREMBLAY, Miville, « Le projet d'usine d'hydrogène liquide de Sept-Îles lourdement hypothéqué par les coûts de transport », *La Presse*, 12 Novembre, 1991, p. D1.

[45] TREMBLAY, Miville, « 30 millions seraient consacrés à la recherche sur l'hydrogène-carburant », *La Presse*, 13 Novembre, 1991.

Appendice A

Le flot dans un chemin ou un circuit antiparallèle

Le cas des chemins Nous entendons montrer que la formule du chapitre trois, pour $f^*_{k_l}$, relativement à un flot entrant imposé à l'origine d'un chemin (figure 3.4 (b))

$$f^*_{k_l} = V^* \gamma^*_{j_l(k_l)-}$$

s'obtient simplement à partir de l'expression suivante pour un chemin antiparallèle (*c.-à-d.* de sens contraire) ayant à son extrémité terminal un flot sortant (figure 3.4 (a))

$$f^*_{k_l} = V^* \gamma^*_{i_l(k_l)+}$$

En appliquant les règles de correspondance entre les arcs parallèles et miroirs du réseau augmenté, on a pour un même arc du réseau original

$$-a^*_{-k_l} f^*_{-k_l} = f^*_{k_l}$$

En imposant un flot sortant négatif, $-V^*$, à l'extrémité terminal d'un chemin, nous avons

$$f^*_{k_l} = -V^* \gamma^*_{i_l(k_l)+}$$

où le signe négatif signifie que le flot imposé est dans le sens contraire du chemin. Alors, en substituant $f^*_{k_l}$ on obtient

$$a^*_{-k_l} f^*_{-k_l} = V^* \gamma^*_{i_l(k_l)+} = V^* a^*_{-k_l} \gamma^*_{j_l(-k_l)-}$$

où $\gamma^*_{i_l(k_l)+} = a^*_{-k_l} \gamma^*_{j_l(-k_l)-}$, ainsi

$$f^*_{-k_l} = V^* \gamma^*_{j_l(-k_l)-}$$

en laissant tomber le signe de l'arc,

$$f^*_{k_l} = V^* \gamma^*_{j_l(k_l)-}$$

Le cas des circuits Partant de l'expression pour un chemin générateur, on a une approche analogue pour obtenir l'expression d'un flot dans un arc k_l du circuit d'un chemin absorbant.

Pour un arc dans le circuit d'un chemin générateur, nous avons

$$f^*_{k_l} = V^* \gamma^*_{i_l(k_l)+}$$

où

$$\gamma^*_{i_l(k_l)+} \stackrel{def}{=} \left(\frac{\beta^*_+}{\beta^*_+ - 1} \right) \frac{1}{\prod_{q=1}^{l} a^*_{k_q}}$$

avec V^* qui est le flot sortant à l'extrémité du chemin générateur et dans le même sens que ce chemin. β_+^* est le gain du circuit parcouru dans le sens où $\beta_+^* > 1$. Avec les identités suivantes

$$\beta_+^* = \frac{1}{\beta_-^*} \text{ et } \prod_{q=1}^{l} a_{k_q}^* = \frac{1}{\prod_{q=1}^{l} a_{-k_q}^*}$$

où β_-^* est le gain du circuit dans le sens inverse du parcours avec $\beta_-^* < 1$ et par substitution on a

$$\gamma_{i_1(k_1)^+}^* = \frac{\prod_{q=1}^{l} a_{-k_q}^*}{1-\beta_-^*} = \frac{a_{-k_l}^* \prod_{q=1}^{l-1} a_{-k_q}^*}{1-\beta_-^*} = a_{-k_l}^* \gamma_{j_1(-k_1)^-}^*$$

Pour trouver le flot $f_{-k_l}^*$, nous faisons appel à la relation entre les arcs parallèles et miroirs du reseau augmenté

$$-a_{-k_l}^* f_{-k_l}^* = f_{k_l}^*$$

avec

$$f_{k_l}^* = -V^* \gamma_{i_1(k_1)^+}^*$$

où $-V^*$ est un flot sortant négatif (donc de sens inverse au chemin générateur). On arrive alors à l'expression

$$-a_{-k_l}^* f_{-k_l}^* = -V^* a_{-k_l}^* \gamma_{j_1(-k_1)^-}^*$$

ou

$$f_{-k_l}^* = V^* \gamma_{j_1(-k_1)^-}^*$$

en laissant tomber le signe négatif, on a en général,

$$f_{k_i}^{\circ} = V^{\circ}\gamma_{j_i(k_i)}^{\circ}-$$

ANNEXE I : Définition des cas et sorties numériques

Précisions préliminaires

Avant de passer aux fichiers de données et aux sorties numériques du programme, nous précisons certains termes et symboles qui pourraient échapper au lecteur :

- la durée d'une année est donnée en milliers d'heures;
- la composante continue de la demande (de pointe ou de base) correspond à la valeur initiale de la demande au début d'une période de progression de la demande;
- la composante d'accroissement annuelle correspond à la valeur de la demande qui s'ajoute à la composante continue,
- le coût d'opération correspond au coût (en milliards $) de l'unité de flot (*c.-à-d.* d'énergie) dans un des arcs du réseau du sous-problème associé à l'équipement désigné; notre flot est en unités de terawattheures (GW) (10^3 heures) ou 10^9 wattheures,
- les «pertes» désignent plutôt les multiplicateurs sur les arcs de réseau et réfèrent à l'efficacité énergétique des équipements;

- la puissance est en gigawatts,
- les capacités de stockage de l'énergie, la valeur en énergie des apports et de l'état initial des réservoirs ne sont pas données en terawattheures, mais en gigawatts, avec en sous-entendu un facteur multiplicatif d'une durée d'une demi-année ($8.76/2 \times 10^3$ heures);
- l'objectif global est en milliards $;
- la *distribution de la puissance classée* a deux «marches» dont les durées sont de 30 % et de 70 % de la durée totale;
- le temps d'exécution du programme est en *elapsed time*; c'est le temps CPU incluant la somme du *users time* (le temps consacré au processus de l'usagé) et du *systems time* (le temps consacré par le kernel au service du processus de l'usager); on obtient ce temps en invoquant une sous-routine de la librairie du compilateur FORTRAN 77, fourni par la compagnie *SUN*;
- l'expression «@ pms #<numéro> Xpm» désigne le nombre d'unités d'un équipement donné à l'une des dates de mise en service (numérotées de un à six).

Le cas **pb1**

/tmp_mnt/home/danielh/principal/nouveau/repcas/pb1.don Fri Jul 17 16:09:28 1992 1

***

(en "puissance"), apports au reservoirs (pour
les deux demi-annees) et cout d'investissements
pour chaque projet hydro respectivement:

PROJET # 1
1.000 2.500 2.500 0.000 2.000
PROJET # 2
2.000 5.000 5.000 0.000 4.000
PROJET # 3
3.000 7.000 7.000 0.000 6.000
PROJET # 4
4.000 10.000 10.000 0.000 12.000
PROJET # 5
5.000 15.000 15.000 0.000 15.000
PROJET # 6
6.000 15.000 15.000 0.000 18.000
PROJET # 7
7.000 20.000 20.000 0.000 28.000
PROJET # 8
8.000 20.000 20.000 0.000 32.000
PROJET # 9
9.000 20.000 20.000 0.000 36.000
PROJET # 10
10.000 21.000 21.000 0.000 40.000

Capacite de puissance et cout d'investissements
pour chaque projet de centrales pompees:

PROJET # 1
0.300 0.100
PROJET # 2
0.500 0.200
PROJET # 3
0.700 0.400

Capacite de puissance et cout d'investissements
pour les turbines a gaz:

0.100 0.200

Capacite de puissance et cout d'investissements
pour les electrolyseurs:

0.100 0.025

Capacite de puissance et cout d'investissements
pour les piles:

0.100 0.025

Capacite de puissance et cout d'investissements
pour les reservoirs modulaires a H2:

0.100 0.100

Le taux d'actualisation:

0.100

La marge de securite de la puissance installee:

0.000

le delta de la phase 1 de Mc Daniel:

0.100

l'epsilon de la phase 2 de Mc Daniel:

0.100

****

RAPPORT

****

l'objectif global = 53.442074695239

coupe de la meilleure solution : 39

nombre d'iterations = 40

nombre d'iterations a la phase 1 = 34
-- coupes (domaine effectif) = 32
-- coupes (couts marginaux) = 2

nombre d'iterations a la phase 2 = 6
-- coupes (domaine effectif) = 3
-- coupes (couts marginaux) = 3

temps total d'execution = 20.7900
temps d'execution de la phase 1 = 7.41000
temps d'execution de la phase 2 = 13.3800

code d'arret du programme = 3

Le PL initial est non-realisable...
Nous avons donc obtenu, dans une iteration
PRECEDENTE, une solution EPSILON-OPTIMALE
au programme global.

****

**** la meilleur solution du probleme ****

LES PROJETS HYDRO :

-- projet # 1

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 5 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 6 Xpm = 1.0000000000000

-- projet # 2

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 6 Xpm = 1.0000000000000

-- projet # 3

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 6 Xpm = 1.0000000000000

-- projet # 4

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 5

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 6

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 7

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 8

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.

@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 9

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 10

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

LES CENTRALES POMPEES :

-- projet # 1

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 5 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 6 Xpm = 1.0000000000000

-- projet # 2

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 3

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

LES ELECTROLYSEURS :

@ pms # 1 Xpm = 22.576095238048
@ pms # 2 Xpm = 36.072332675267
@ pms # 3 Xpm = 36.072332675267
@ pms # 4 Xpm = 44.785571428564
@ pms # 5 Xpm = 44.785571428564
@ pms # 6 Xpm = 62.960776190463

LES RESERVOIRS H2 :

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 17.240100000000
@ pms # 3 Xpm = 41.330100000023
@ pms # 4 Xpm = 41.330100000023
@ pms # 5 Xpm = 41.330100000023
@ pms # 6 Xpm = 41.330100000023

LES PILES A H2 :

@ pms # 1 Xpm = 42.000000000000
@ pms # 2 Xpm = 42.000000000000
@ pms # 3 Xpm = 66.000000000000
@ pms # 4 Xpm = 73.000000000008
@ pms # 5 Xpm = 73.000000000008
@ pms # 6 Xpm = 80.053366666679

LES TURBINES A GAZ :

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 19.999999999992
@ pms # 5 Xpm = 19.999999999992
@ pms # 6 Xpm = 46.946633333321

Le cas pb2

```
/tmp_mnt/home/danielh/principal/nouveau/repcas/pb2.don        Fri Jul 17 15:55:47 1992      1

.....

     DONNEES DU PROBLEME

.....


Nombre d'annees, nombre de periodes de demande
d'electricite et d'hydrogene, nombre de dates
de mise en service:
================================================

 20 2 2 6

La premiere annee de chaque periode de
comportement de la demande d'electricite:
==========================================

 1 11

La premiere annee de chaque periode de
comportement de la demande d'hydrogene
industrielle:
==========================================

 1 11

Le nombre de projets hydro et de projets de
centrales pompees:
==========================================

 10 3

Les dates de mises en service:
==============================

 1 4 7 10 14 18

La duree d'une annee:
=====================

   8.760

composante continue (ou fixe) de la pointe
(1er demi-annee et 2ieme demi-annee)
pour chaque periode de comportement de la
demande de l'electricite:
==========================================

    PERIODE # 1
  30.000  35.000
    PERIODE # 2
  36.000  43.000

composante d'accroissement de la pointe
(1er demi-annee et 2ieme demi-annee)
pour chaque periode de comportement de la
demande de l'electricite:
==========================================

    PERIODE # 1
  0.600   0.800
    PERIODE # 2
  0.900   1.200

composante continue (ou fixe) de la base
(1er demi-annee et 2ieme demi-annee)
pour chaque periode de comportement de la
demande de l'electricite:
==========================================

    PERIODE # 1
  26.000  31.000
    PERIODE # 2
  31.000  38.000

composante d'accroissement de la base
(1er demi-annee et 2ieme demi-annee)
pour chaque periode de comportement de la
demande de l'electricite:
==========================================

    PERIODE # 1
  0.500   0.700
    PERIODE # 2
  0.800   1.000

composante continue
pour chaque periode de comportement de la
demande de l'hydrogene:
==========================================

   0.000   0.000

composante d'accroissement
pour chaque periode de comportement de la
demande de l'hydrogene:
==========================================

   0.000   0.000

Cout d'operation des equipements
de turbines a gaz, d'electrolyseurs,
des piles, des projets hydro
et des centrales pompees respectivement:
==========================================

   0.100   0.000   0.000   0.015   0.000

Les pertes (multiplicateurs) des
reservoirs hydro, des centrales pompees, des
piles, des electroliseurs et des reservoirs H2:
================================================

   1.000   0.800   0.600   0.800   0.950

Capacite initiale de puissance pour les
turbines a gaz, les centrales hydro et
les centrales-pompees. Capacites initiales
(en "puissance") des reservoirs hydro ainsi
que leurs apports pour chaque DPC de l'annee
et l'etat initial des reserves:
================================================

   0.800  34.000   0.000  60.000  60.000  20.000  22.830

Capacite de puissance et du reservoir
```

(en "puissance"), apports au reservoirs (pour
les deux demi-annees) et cout d'investissements
pour chaque projet hydro respectivement:
==========

PROJET # 1
1.000 2.500 2.500 0.000 2.000
PROJET # 2
2.000 5.000 5.000 0.000 4.000
PROJET # 3
3.000 7.000 7.000 0.000 6.000
PROJET # 4
4.000 10.000 10.000 0.000 12.000
PROJET # 5
5.000 15.000 15.000 0.000 15.000
PROJET # 6
6.000 15.000 15.000 0.000 18.000
PROJET # 7
7.000 20.000 20.000 0.000 28.000
PROJET # 8
8.000 20.000 20.000 0.000 32.000
PROJET # 9
9.000 20.000 20.000 0.000 36.000
PROJET # 10
10.000 21.000 21.000 0.000 40.000

Capacite de puissance et cout d'investissements
pour chaque projet de centrales pompees:
==========

PROJET # 1
0.300 0.100
PROJET # 2
0.500 0.200
PROJET # 3
0.700 0.400

Capacite de puissance et cout d'investissements
pour les turbines a gaz:
==========

0.100 0.200

Capacite de puissance et cout d'investissements
pour les electrolyseurs:
==========

0.100 0.025

Capacite de puissance et cout d'investissements
pour les piles:
==========

0.100 0.025

Capacite de puissance et cout d'investissements
pour les reservoirs modulaires a H2:
==========

0.100 0.100

Le taux d'actualisation:
==========

0.100

La marge de securite de la puissance installee:
==========

0.000

le delta de la phase 1 de Mc Daniel:
==========

0.100

l'epsilon de la phase 2 de Mc Daniel:
==========

0.100

****

RAPPORT

****

l'objectif global = 55.950079703646

coupe de la meilleure solution : 66

nombre d'iterations = 67

nombre d'iterations a la phase 1 = 49
-- coupes (domaine effectif) = 46
-- coupes (couts marginaux) = 3

nombre d'iterations a la phase 2 = 18
-- coupes (domaine effectif) = 15
-- coupes (couts marginaux) = 3

temps total d'execution = 66.5500
temps d'execution de la phase 1 = 51.4700
temps d'execution de la phase 2 = 15.0801

code d'arret du programme = 3

Le PL initial est non-realisable...
Nous avons donc obtenu, dans une iteration
PRECEDENTE, une solution EPSILON-OPTIMALE
au programme global.

****

**** la meilleur solution du probleme ****

LES PROJETS HYDRO :

-- projet # 1

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 5 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 6 Xpm = 1.0000000000000

-- projet # 2

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 3 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 4 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 5 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 6 Xpm = 1.0000000000000

-- projet # 3

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 5 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 6 Xpm = 1.0000000000000

-- projet # 4

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 5

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 6

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 6 Xpm = 1.0000000000000

-- projet # 7

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 8

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.

@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 9

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 10

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

LES CENTRALES POMPEES :

-- projet # 1

@ pms # 1 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 2 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 3 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 4 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 5 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 6 Xpm = 1.0000000000000

-- projet # 2

@ pms # 1 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 2 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 3 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 4 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 5 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 6 Xpm = 1.0000000000000

-- projet # 3

@ pms # 1 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 2 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 3 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 4 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 5 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 6 Xpm = 1.0000000000000

LES ELECTROLYSEURS :

@ pms # 1 Xpm = 6.9348214286054
@ pms # 2 Xpm = 6.9348214286054
@ pms # 3 Xpm = 6.9348214286054
@ pms # 4 Xpm = 8.5824753300407
@ pms # 5 Xpm = 8.5824753300407
@ pms # 6 Xpm = 8.5824753300407

LES RESERVOIRS H2 :

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 3.3684210526316
@ pms # 3 Xpm = 12.607900458464
@ pms # 4 Xpm = 12.607900458464
@ pms # 5 Xpm = 12.607900458464
@ pms # 6 Xpm = 12.607900458464

LES PILES A H2 :

@ pms # 1 Xpm = 12.945000000063
@ pms # 2 Xpm = 48.722846738291
@ pms # 3 Xpm = 49.122650055819
@ pms # 4 Xpm = 55.734316722676
@ pms # 5 Xpm = 55.734316722676
@ pms # 6 Xpm = 61.819338769040

LES TURBINES A GAZ :

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 11.126409966471
@ pms # 4 Xpm = 11.126409966471
@ pms # 5 Xpm = 11.126409966471
@ pms # 6 Xpm = 28.812396738652

Le cas pb3

/tmp_mnt/home/danielh/principal/nouveau/repcas/pb3.don Fri Jul 17 01:32:29 1992 1

DONNEES DU PROBLEME

Nombre d'annees, nombre de periodes de demande d'electricite et d'hydrogene, nombre de dates de mise en service:

20 2 2 6

La premiere annee de chaque periode de comportement de la demande d'electricite:

1 11

La premiere annee de chaque periode de comportement de la demande d'hydrogene industrielle:

1 11

Le nombre de projets hydro et de projets de centrales pompees:

10 3

Les dates de mises en service:

1 4 7 10 14 18

La duree d'une annee:

8.760

composante continue (ou fixe) de la pointe (1er demi-annee et 2ieme demi-annee) pour chaque periode de comportement de la demande de l'electricite:

PERIODE # 1
30.000 35.000
PERIODE # 2
36.000 43.000

composante d'accroissement de la pointe (1er demi-annee et 2ieme demi-annee) pour chaque periode de comportement de la demande de l'electricite:

PERIODE # 1
0.600 0.800
PERIODE # 2
0.900 1.200

composante continue (ou fixe) de la base (1er demi-annee et 2ieme demi-annee) pour chaque periode de comportement de la demande de l'electricite:

PERIODE # 1
26.000 31.000
PERIODE # 2
31.000 38.000

composante d'accroissement de la base (1er demi-annee et 2ieme demi-annee) pour chaque periode de comportement de la demande de l'electricite:

PERIODE # 1
0.500 0.700
PERIODE # 2
0.800 1.000

composante continue pour chaque periode de comportement de la demande de l'hydrogene:

0.000 0.000

composante d'accroissement pour chaque periode de comportement de la demande de l'hydrogene:

0.000 0.000

Cout d'operation des equipements de turbines a gaz, d'electrolyseurs, des piles, des projets hydro et des centrales pompees respectivement:

0.100 0.000 0.000 0.015 0.000

Les pertes (multiplicateurs) des reservoirs hydro, des centrales pompees, des piles, des electroliseurs et des reservoirs H2:

1.000 1.000 1.000 1.000 1.000

Capacite initiale de puissance pour les turbines a gaz, les centrales hydro et les centrales pompees. Capacites initiales (en "puissance") des reservoirs hydro ainsi que leurs apports pour chaque DPC de l'annee et l'etat initial des reserves.

0.800 34.000 0.000 80.000 80.000 20.000 22.830

Capacite de puissance et du reservoir

(en "puissance"), apports au reservoirs (pour les deux demi-annees) et cout d'investissements pour chaque projet hydro respectivement:

```
  PROJET # 1
1.000  2.500  2.500  0.000  2.000
  PROJET # 2
2.000  5.000  5.000  0.000  4.000
  PROJET # 3
3.000  7.000  7.000  0.000  6.000
  PROJET # 4
4.000 10.000 10.000  0.000 12.000
  PROJET # 5
5.000 15.000 15.000  0.000 15.000
  PROJET # 6
6.000 15.000 15.000  0.000 18.000
  PROJET # 7
7.000 20.000 20.000  0.000 28.000
  PROJET # 8
8.000 20.000 20.000  0.000 32.000
  PROJET # 9
9.000 20.000 20.000  0.000 36.000
  PROJET # 10
10.000 21.000 21.000  0.000 40.000
```

Capacite de puissance et cout d'investissements pour chaque projet de centrales pompees:

```
  PROJET # 1
0.300  0.100
  PROJET # 2
0.500  0.200
  PROJET # 3
0.700  0.400
```

Capacite de puissance et cout d'investissements pour les turbines a gaz:

```
0.100  0.200
```

Capacite de puissance et cout d'investissements pour les electrolyseurs:

```
0.000  0.025
```

Capacite de puissance et cout d'investissements pour les piles:

```
0.000  0.025
```

Capacite de puissance et cout d'investissements pour les reservoirs modulaires a H2:

```
0.000  0.100
```

Le taux d'actualisation:

```
0.100
```

La marge de securite de la puissance installee:

```
0.000
```

le delta de la phase 1 de Mc Daniel:

```
0.100
```

l'epsilon de la phase 2 de Mc Daniel:

```
0.100
```

/tmp_mnt/home/daniela/principal/nouveau/repcas/pb3.rep Fri Jul 17 01:19:21 1992 1

RAPPORT

l'objectif global = 59.738388717222

coupe de la meilleure solution : 3

nombre d'iterations = 4

nombre d'iterations a la phase 1 = 3
-- coupes (domaine effectif) = 0
-- coupes (couts marginaux) = 3

nombre d'iterations a la phase 2 = 1
-- coupes (domaine effectif) = 0
-- coupes (couts marginaux) = 1

temps total d'execution = 4.92000
temps d'execution de la phase 1 = 2.50000
temps d'execution de la phase 2 = 2.42000

code d'arret du programme = 3

Le PL initial est non-realisable...
Nous avons donc obtenu, dans une iteration
PRECEDENTE, une solution EPSILON-OPTIMALE
au programme global.

**** la meilleur solution du probleme ****

LES PROJETS HYDRO :

-- projet # 1

pms # 1 Xpm = 0.
pms # 2 Xpm = 0.
pms # 3 Xpm = 1.0000000000000
pms # 4 Xpm = 1.0000000000000
pms # 5 Xpm = 1.0000000000000
pms # 6 Xpm = 1.0000000000000

-- projet # 2

pms # 1 Xpm = 0.
pms # 2 Xpm = 1.0000000000000
pms # 3 Xpm = 1.0000000000000
pms # 4 Xpm = 1.0000000000000
pms # 5 Xpm = 1.0000000000000
pms # 6 Xpm = 1.0000000000000

-- projet # 3

pms # 1 Xpm = 0.
pms # 2 Xpm = 0.
pms # 3 Xpm = 0.
pms # 4 Xpm = 1.0000000000000
pms # 5 Xpm = 1.0000000000000
pms # 6 Xpm = 1.0000000000000

-- projet # 4

pms # 1 Xpm = 0.
pms # 2 Xpm = 0.
pms # 3 Xpm = 0.
pms # 4 Xpm = 0.
pms # 5 Xpm = 0.
pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 5

pms # 1 Xpm = 0.
pms # 2 Xpm = 0.
pms # 3 Xpm = 0.
pms # 4 Xpm = 0.
pms # 5 Xpm = 1.0000000000000
pms # 6 Xpm = 1.0000000000000

-- projet # 6

pms # 1 Xpm = 0.
pms # 2 Xpm = 0.
pms # 3 Xpm = 0.
pms # 4 Xpm = 0.
pms # 5 Xpm = 1.0000000000000
pms # 6 Xpm = 1.0000000000000

-- projet # 7

pms # 1 Xpm = 0.
pms # 2 Xpm = 0.
pms # 3 Xpm = 0.
pms # 4 Xpm = 0.
pms # 5 Xpm = 0.
pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 8

pms # 1 Xpm = 0.
pms # 2 Xpm = 0.

@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 9

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 10

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

LES CENTRALES POMPEES :

-- projet # 1

@ pms # 1 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 2 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 3 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 4 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 5 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 6 Xpm = 1.0000000000000

-- projet # 2

@ pms # 1 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 2 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 3 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 4 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 5 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 6 Xpm = 1.0000000000000

-- projet # 3

@ pms # 1 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 2 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 3 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 4 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 5 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 6 Xpm = 1.0000000000000

LES ELECTROLYSEURS :

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

LES RESERVOIRS H2 :

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

LES PILES A H2 :

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

LES TURBINES A GAZ :

@ pms # 1 Xpm = 3.0000000000000
@ pms # 2 Xpm = 7.0000000000000
@ pms # 3 Xpm = 21.000000000000
@ pms # 4 Xpm = 31.000000000000
@ pms # 5 Xpm = 31.000000000000
@ pms # 6 Xpm = 31.000000000000

Le cas pb4

/tmp_mnt/home/danielh/principal/nouveau/repcas/pb4.don Fri Jul 17 01:58:25 1992 1

DONNEES DU PROBLEME

Nombre d'annees, nombre de periodes de demande d'electricite et d'hydrogene, nombre de dates de mise en service:

20 2 2 6

La premiere annee de chaque periode de comportement de la demande d'electricite:

1 11

La premiere annee de chaque periode de comportement de la demande d'hydrogene industrielle:

1 11

Le nombre de projets hydro et de projets de centrales pompees:

10 3

Les dates de mises en service:

1 4 7 10 14 18

La duree d'une annee:

8.760

composante continue (ou fixe) de la pointe (1er demi-annee et 2ieme demi-annee) pour chaque periode de comportement de la demande de l'electricite:

PERIODE # 1
30.000 35.000
PERIODE # 2
36.000 43.000

composante d'accroissement de la pointe (1er demi-annee et 2ieme demi-annee) pour chaque periode de comportement de la demande de l'electricite:

PERIODE # 1
0.600 0.800
PERIODE # 2
0.900 1.200

composante continue (ou fixe) de la base (1er demi-annee et 2ieme demi-annee) pour chaque periode de comportement de la demande de l'electricite:

PERIODE # 1
26.000 31.000
PERIODE # 2
31.000 38.000

composante d'accroissement de la base (1er demi-annee et 2ieme demi-annee) pour chaque periode de comportement de la demande de l'electricite:

PERIODE # 1
0.500 0.700
PERIODE # 2
0.800 1.000

composante continue pour chaque periode de comportement de la demande de l'hydrogene:

0.000 0.000

composante d'accroissement pour chaque periode de comportement de la demande de l'hydrogene:

0.000 0.000

Cout d'operation des equipements de turbines a gaz, d'electrolyseurs, des piles, des projets hydro et des centrales pompees respectivement:

0.100 0.000 0.000 0.015 0.000

Les pertes (multiplicateurs) des reservoirs hydro, des centrales pompees, des piles, des electroliseurs et des reservoirs H2:

1.000 1.000 1.000 1.000 1.000

Capacite initiale de puissance pour les turbines a gaz, les centrales hydro et les centrales pompees. Capacites initiales (en "puissance") des reservoirs hydro ainsi que leurs apports pour chaque DPC de l'annee et l'etat initial des reserves:

0.800 34.000 0.000 60.000 60.000 20.000 22.830

Capacite de puissance et du reservoir

(en "puissance"), apports au reservoirs (pour
les deux demi-annees) et cout d'investissements
pour chaque projet hydro respectivement:

```
  PROJET # 1
1.000  2.500  2.500  0.000  2.000
  PROJET # 2
2.000  5.000  5.000  0.000  4.000
  PROJET # 3
3.000  7.000  7.000  0.000  6.000
  PROJET # 4
4.000 10.000 10.000  0.000 12.000
  PROJET # 5
5.000 15.000 15.000  0.000 15.000
  PROJET # 6
6.000 15.000 15.000  0.000 18.000
  PROJET # 7
7.000 20.000 20.000  0.000 28.000
  PROJET # 8
8.000 20.000 20.000  0.000 32.000
  PROJET # 9
9.000 20.000 20.000  0.000 36.000
  PROJET # 10
10.000 21.000 21.000  0.000 40.000
```

Capacite de puissance et cout d'investissements
pour chaque projet de centrales pompees:

```
  PROJET # 1
0.300  0.100
  PROJET # 2
0.500  0.200
  PROJET # 3
0.700  0.400
```

Capacite de puissance et cout d'investissements
pour les turbines a gaz:

```
0.100  0.200
```

Capacite de puissance et cout d'investissements
pour les electrolyseurs:

```
0.100  0.025
```

Capacite de puissance et cout d'investissements
pour les piles:

```
0.100  0.025
```

Capacite de puissance et cout d'investissements
pour les reservoirs modulaires a H2:

```
0.100  0.100
```

Le taux d'actualisation:

```
0.100
```

La marge de securite de la puissance installee:

```
0.000
```

le delta de la phase 1 de Mc Daniel:

```
0.100
```

l'epsilon de la phase 2 de Mc Daniel:

```
0.100
```

****

RAPPORT

****

l'objectif global = 54.968123903153

coupe de la meilleure solution : 29

nombre d'iterations = 33

nombre d'iterations a la phase 1 = 0
-- coupes (domaine effectif) = 0
-- coupes (couts marginaux) = 0

nombre d'iterations a la phase 2 = 33
-- coupes (domaine effectif) = 31
-- coupes (couts marginaux) = 2

temps total d'execution = 36.8900
temps d'execution de la phase 1 = 0.
temps d'execution de la phase 2 = 36.8900

code d'arret du programme = 10

L'heuristique n'a pu obtenir
une solution ENTIERE realisable.
Soit qu'il ne reste plus de solutions entieres,
ou soit qu'elle n'ait pu en identifier une.
Nous avons donc obtenu, dans une iteration
PRECEDENTE, une solution qui
soit POSSIBLEMENT EPSILON-OPTIMALE
au programme global.

****

**** la meilleur solution du probleme ****

LES PROJETS HYDRO :

-- projet # 1

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 2

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 6 Xpm = 1.0000000000000

-- projet # 3

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 6 Xpm = 1.0000000000000

-- projet # 4

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 5

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 6

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 7

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 8

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 9

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 10

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

LES CENTRALES POMPEES :

-- projet # 1

@ pms # 1 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 2 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 3 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 4 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 5 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 6 Xpm = 1.0000000000000

-- projet # 2

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 3

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

LES ELECTROLYSEURS :

@ pms # 1 Xpm = 9.3244411764711
@ pms # 2 Xpm = 9.3244411764706
@ pms # 3 Xpm = 35.647946152155
@ pms # 4 Xpm = 45.963181612116
@ pms # 5 Xpm = 45.963181612116
@ pms # 6 Xpm = 45.963181612116

LES RESERVOIRS H2 :

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 10.869413080497
@ pms # 3 Xpm = 34.537886726007
@ pms # 4 Xpm = 34.537886726007
@ pms # 5 Xpm = 35.622484210524
@ pms # 6 Xpm = 38.523287113000

LES PILES A H2 :

@ pms # 1 Xpm = 15.000000000000
@ pms # 2 Xpm = 39.000000000000
@ pms # 3 Xpm = 63.000000000000
@ pms # 4 Xpm = 78.784251547987
@ pms # 5 Xpm = 78.784251547987
@ pms # 6 Xpm = 78.784251547987

LES TURBINES A GAZ :

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 35.068689628484
@ pms # 5 Xpm = 35.068689628484
@ pms # 6 Xpm = 58.215748452014

Le cas pb5

/tmp_mnt/home/danielh/principal/nouveau/repcas/pb5.dos Fri Jul 17 16:55:01 1992 1

.....

DONNEES DU PROBLEME

.....

Nombre d'annees, nombre de periodes de demande d'electricite et d'hydrogene, nombre de dates de mise en service:

20 2 2 6

La premiere annee de chaque periode de comportement de la demande d'electricite:

1 11

La premiere annee de chaque periode de comportement de la demande d'hydrogene industrielle:

1 11

Le nombre de projets hydro et de projets de centrales pompees:

10 3

Les dates de mises en service:

1 4 7 10 14 18

La duree d'une annee:

8.760

composante continue (ou fixe) de la pointe (1er demi-annee et 2ieme demi-annee) pour chaque periode de comportement de la demande de l'electricite:

PERIODE # 1
30.000 35.000
PERIODE # 2
36.000 43.000

composante d'accroissement de la pointe (1er demi-annee et 2ieme demi-annee) pour chaque periode de comportement de la demande de l'electricite:

PERIODE # 1
0.600 0.800
PERIODE # 2
0.900 1.200

composante continue (ou fixe) de la base (1er demi-annee et 2ieme demi-annee) pour chaque periode de comportement de la demande de l'electricite:

PERIODE # 1
26.000 31.000
PERIODE # 2
31.000 38.000

composante d'accroissement de la base (1er demi-annee et 2ieme demi-annee) pour chaque periode de comportement de la demande de l'electricite:

PERIODE # 1
0.500 0.700
PERIODE # 2
0.800 1.000

composante continue pour chaque periode de comportement de la demande de l'hydrogene:

0.000 0.000

composante d'accroissement pour chaque periode de comportement de la demande de l'hydrogene:

0.000 0.000

Cout d'operation des equipements de turbines a gaz, d'electrolyseurs, des piles, des projets hydro et des centrales pompees respectivement:

0.100 0.000 0.000 0.015 0.000

Les pertes (multiplicateurs) des reservoirs hydro, des centrales pompees, des piles, des electroliseurs et des reservoirs H2:

1.000 1.000 1.000 1.000 1.000

Capacite initiale de puissance pour les turbines a gaz, les centrales hydro et les centrales pompees. Capacites initiales (en "puissance") des reservoirs hydro ainsi que leurs apports pour chaque DPC de l'annee et l'etat initial des reserves:

0.800 34.000 0.000 60.000 60.000 20.000 22.830

Capacite de puissance et du reservoir

(en "puissance"), apports au reservoirs (pour
les deux demi-annees) et cout d'investissements
pour chaque projet hydro respectivement:

PROJET # 1
1.000 2.500 2.500 0.000 2.000
PROJET # 2
2.000 5.000 5.000 0.000 4.000
PROJET # 3
3.000 7.000 7.000 0.000 6.000
PROJET # 4
4.000 10.000 10.000 0.000 12.000
PROJET # 5
5.000 15.000 15.000 0.000 15.000
PROJET # 6
6.000 15.000 15.000 0.000 18.000
PROJET # 7
7.000 20.000 20.000 0.000 28.000
PROJET # 8
8.000 20.000 20.000 0.000 32.000
PROJET # 9
9.000 20.000 20.000 0.000 36.000
PROJET # 10
10.000 21.000 21.000 0.000 40.000

Capacite de puissance et cout d'investissements
pour chaque projet de centrales pompees:

PROJET # 1
0.300 0.100
PROJET # 2
0.500 0.200
PROJET # 3
0.700 0.400

Capacite de puissance et cout d'investissements
pour les turbines a gaz:

0.100 0.200

Capacite de puissance et cout d'investissements
pour les electrolyseurs:

0.100 0.025

Capacite de puissance et cout d'investissements
pour les piles:

0.100 0.025

Capacite de puissance et cout d'investissements
pour les reservoirs modulaires a H2:

0.100 0.100

Le taux d'actualisation:

0.100

La marge de securite de la puissance installee:

0.000

le delta de la phase 1 de Mc Daniel:

0.100

l'epsilon de la phase 2 de Mc Daniel:

0.010

/tmp_mnt/home/danielh/principal/nouveau/repcas/pb5.rap Sat Jul 18 00:58:37 1992 1

****

RAPPORT

****

l'objectif global = 51.746036572023

coupe de la meilleure solution : 83

nombre d'iterations = 84

nombre d'iterations a la phase 1 = 34
-- coupes (domaine effectif) = 32
-- coupes (couts marginaux) = 2

nombre d'iterations a la phase 2 = 50
-- coupes (domaine effectif) = 27
-- coupes (couts marginaux) = 23

temps total d'execution = 216.030
temps d'execution de la phase 1 = 7.39000
temps d'execution de la phase 2 = 208.640

code d'arret du programme = 10

L'heuristique n'a pu obtenir
une solution ENTIERE realisable.
Soit qu'il ne reste plus de solutions entieres,
ou soit qu'elle n'ait pu en identifier une.
Nous avons donc obtenu, dans une iteration
PRECEDENTE, une solution qui
soit POSSIBLEMENT EPSILON-OPTIMALE
au programme global.

****

**** la meilleur solution du probleme ****

LES PROJETS HYDRO :

-- projet # 1

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 4 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 5 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 6 Xpm = 1.0000000000000

-- projet # 2

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 5 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 6 Xpm = 1.0000000000000

-- projet # 3

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 6 Xpm = 1.0000000000000

-- projet # 4

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 5

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 6

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 7

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 8

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 9

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 10

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

LES CENTRALES POMPEES :

-- projet # 1

@ pms # 1 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 2 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 3 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 4 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 5 Xpm = 1.0000000000000
@ pms # 6 Xpm = 1.0000000000000

-- projet # 2

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 3

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 0.
@ pms # 6 Xpm = 0.

LES ELECTROLYSEURS :

@ pms # 1 Xpm = 18.547194902534
@ pms # 2 Xpm = 18.547194902534
@ pms # 3 Xpm = 20.931089720243
@ pms # 4 Xpm = 75.477372604906
@ pms # 5 Xpm = 75.477372604906
@ pms # 6 Xpm = 75.477372604906

LES RESERVOIRS H2 :

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 20.331140257618
@ pms # 3 Xpm = 28.458807511645
@ pms # 4 Xpm = 41.330100000000
@ pms # 5 Xpm = 51.147410000000
@ pms # 6 Xpm = 51.147410000000

LES PILES A H2 :

@ pms # 1 Xpm = 15.000000000000
@ pms # 2 Xpm = 39.000000000000
@ pms # 3 Xpm = 90.240129729826
@ pms # 4 Xpm = 94.332500000000
@ pms # 5 Xpm = 94.332500000000
@ pms # 6 Xpm = 94.332500000000

LES TURBINES A GAZ :

@ pms # 1 Xpm = 0.
@ pms # 2 Xpm = 0.
@ pms # 3 Xpm = 0.
@ pms # 4 Xpm = 0.
@ pms # 5 Xpm = 8.1794868552721
@ pms # 6 Xpm = 32.667500000000

Le cas pb6

/tmp_mnt/home/danielh/principal/nouveau/repcas/pb6.don Fri Jul 17 22:33:45 1992 1

DONNEES DU PROBLEME

Nombre d'annees, nombre de periodes de demande d'electricite et d'hydrogene, nombre de dates de mise en service:

20 2 2 6

La premiere annee de chaque periode de comportement de la demande d'electricite:

1 11

La premiere annee de chaque periode de comportement de la demande d'hydrogene industrielle:

1 11

Le nombre de projets hydro et de projets de centrales pompees:

10 3

Les dates de mises en service:

1 4 7 10 14 18

La duree d'une annee:

8.760

composante continue (ou fixe) de la pointe (1er demi-annee et 2ieme demi-annee) pour chaque periode de comportement de la demande de l'electricite:

PERIODE # 1
30.000 35.000
PERIODE # 2
38.000 43.000

composante d'accroissement de la pointe (1er demi-annee et 2ieme demi-annee) pour chaque periode de comportement de la demande de l'electricite:

PERIODE # 1
0.600 0.800
PERIODE # 2
0.900 1.200

composante continue (ou fixe) de la base (1er demi-annee et 2ieme demi-annee) pour chaque periode de comportement de la demande de l'electricite:

PERIODE # 1
26.000 31.000
PERIODE # 2
31.000 36.000

composante d'accroissement de la base (1er demi-annee et 2ieme demi-annee) pour chaque periode de comportement de la demande de l'electricite:

PERIODE # 1
0.500 0.700
PERIODE # 2
0.800 1.000

composante continue pour chaque periode de comportement de la demande de l'hydrogene:

0.000 3.000

composante d'accroissement pour chaque periode de comportement de la demande de l'hydrogene:

0.150 0.250

Cout d'operation des equipements de turbines a gaz, d'electrolyseurs, des piles, des projets hydro et des centrales pompees respectivement:

0.100 0.000 0.000 0.015 0.000

Les pertes (multiplicateurs) des reservoirs hydro, des centrales pompees, des piles, des electroliseurs et des reservoirs H2:

1.000 1.000 1.000 1.000 1.000

Capacite initiale de puissance pour les turbines a gaz, les centrales hydro et les centrales pompees. Capacites initiales (en "puissance") des reservoirs hydro ainsi que leurs apports pour chaque DPC de l'annee et l'etat initial des reserves:

0.900 34.000 0.000 60.000 60.000 20.000 22.830

Capacite de puissance et du reservoir

(en "puissance"), apports au reservoirs (pour
les deux demi-annees) et cout d'investissements
pour chaque projet hydro respectivement:

```
  PROJET # 1
1.000  2.500  2.500  0.000  2.000
  PROJET # 2
2.000  5.000  5.000  0.000  4.000
  PROJET # 3
3.000  7.000  7.000  0.000  6.000
  PROJET # 4
4.000 10.000 10.000  0.000 12.000
  PROJET # 5
5.000 15.000 15.000  0.000 15.000
  PROJET # 6
6.000 15.000 15.000  0.000 18.000
  PROJET # 7
7.000 20.000 20.000  0.000 28.000
  PROJET # 8
8.000 20.000 20.000  0.000 32.000
  PROJET # 9
9.000 20.000 20.000  0.000 36.000
  PROJET # 10
10.000 21.000 21.000  0.000 40.000
```

Capacite de puissance et cout d'investissements
pour chaque projet de centrales pompees:

```
  PROJET # 1
0.300  0.100
  PROJET # 2
0.500  0.200
  PROJET # 3
0.700  0.400
```

Capacite de puissance et cout d'investissements
pour les turbines a gaz:

```
0.100  0.200
```

Capacite de puissance et cout d'investissements
pour les electrolyseurs:

```
0.100  0.025
```

Capacite de puissance et cout d'investissements
pour les piles:

```
0.100  0.025
```

Capacite de puissance et cout d'investissements
pour les reservoirs modulaires a H2:

```
0.100  0.100
```

Le taux d'actualisation:

```
0.100
```

La marge de securite de la puissance installee:

```
0.000
```

le delta de la phase 1 de Mc Daniel:

```
0.100
```

l'epsilon de la phase 2 de Mc Daniel:

```
0.100
```

```
/tmp_mnt/home/danielh/principal/nouveau/repcas/pb4.rep        Sat Jul 10 01:30:12 1993    1

**********************************************

                RAPPORT

**********************************************

l'objectif global =    66.710493782804

coupe de la meilleure solution :  50

nombre d'iterations =  53

nombre d'iterations a la phase 1 =  41
-- coupes (domaine effectif) =  37
-- coupes (couts marginaux)  =  4

nombre d'iterations a la phase 2 =  12
-- coupes (domaine effectif) =  10
-- coupes (couts marginaux)  =  2

temps total d'execution =    32.1900
temps d'execution de la phase 1 =    13.7900
temps d'execution de la phase 2 =    18.4000

code d'arret du programme =  3

Le PL initial est non-realisable...
Nous avons donc obtenu, dans une iteration
PRECEDENTE, une solution EPSILON-OPTIMALE
au programme global.

**********************************************

**** la meilleur solution du probleme ****


LES PROJETS HYDRO :


-- projet #  1

 pms #  1 Xpm =  0.
 pms #  2 Xpm =  0.
 pms #  3 Xpm =    1.0000000000000
 pms #  4 Xpm =    1.0000000000000
 pms #  5 Xpm =    1.0000000000000
 pms #  6 Xpm =    1.0000000000000

-- projet #  2

 pms #  1 Xpm =  0.
 pms #  2 Xpm =  0.
 pms #  3 Xpm =    1.0000000000000
 pms #  4 Xpm =    1.0000000000000
 pms #  5 Xpm =    1.0000000000000
 pms #  6 Xpm =    1.0000000000000

-- projet #  3

 pms #  1 Xpm =  0.
 pms #  2 Xpm =  0.
 pms #  3 Xpm =    1.0000000000000
 pms #  4 Xpm =    1.0000000000000
 pms #  5 Xpm =    1.0000000000000
 pms #  6 Xpm =    1.0000000000000

-- projet #  4

 pms #  1 Xpm =  0.
 pms #  2 Xpm =  0.
 pms #  3 Xpm =  0.
 pms #  4 Xpm =  0.
 pms #  5 Xpm =  0.
 pms #  6 Xpm =    1.0000000000000

-- projet #  5

 pms #  1 Xpm =  0.
 pms #  2 Xpm =  0.
 pms #  3 Xpm =  0.
 pms #  4 Xpm =  0.
 pms #  5 Xpm =    1.0000000000000
 pms #  6 Xpm =    1.0000000000000

-- projet #  6

 pms #  1 Xpm =  0.
 pms #  2 Xpm =  0.
 pms #  3 Xpm =  0.
 pms #  4 Xpm =  0.
 pms #  5 Xpm =  0.
 pms #  6 Xpm =  0.

-- projet #  7

 pms #  1 Xpm =  0.
 pms #  2 Xpm =  0.
 pms #  3 Xpm =  0.
 pms #  4 Xpm =  0.
 pms #  5 Xpm =  0.
 pms #  6 Xpm =  0.

-- projet #  8

 pms #  1 Xpm =  0.
 pms #  2 Xpm =  0.
```

pms # 3 Xpm = 0.
pms # 4 Xpm = 0.
pms # 5 Xpm = 0.
pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 9

pms # 1 Xpm = 0.
pms # 2 Xpm = 0.
pms # 3 Xpm = 0.
pms # 4 Xpm = 0.
pms # 5 Xpm = 0.
pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 10

pms # 1 Xpm = 0.
pms # 2 Xpm = 0.
pms # 3 Xpm = 0.
pms # 4 Xpm = 0.
pms # 5 Xpm = 0.
pms # 6 Xpm = 0.

LES CENTRALES POMPEES :

-- projet # 1

pms # 1 Xpm = 1.0000000000000
pms # 2 Xpm = 1.0000000000000
pms # 3 Xpm = 1.0000000000000
pms # 4 Xpm = 1.0000000000000
pms # 5 Xpm = 1.0000000000000
pms # 6 Xpm = 1.0000000000000

-- projet # 2

pms # 1 Xpm = 0.
pms # 2 Xpm = 0.
pms # 3 Xpm = 0.
pms # 4 Xpm = 0.
pms # 5 Xpm = 0.
pms # 6 Xpm = 0.

-- projet # 3

pms # 1 Xpm = 0.
pms # 2 Xpm = 0.
pms # 3 Xpm = 0.
pms # 4 Xpm = 0.
pms # 5 Xpm = 0.
pms # 6 Xpm = 0.

LES ELECTROLYSEURS :

pms # 1 Xpm = 18.971571428578
pms # 2 Xpm = 32.544444444444
pms # 3 Xpm = 173.11137857143
pms # 4 Xpm = 173.11137857143
pms # 5 Xpm = 173.11137857143
pms # 6 Xpm = 173.11137857143

LES RESERVOIRS H2 :

pms # 1 Xpm = 0.
pms # 2 Xpm = 58.810250000007
pms # 3 Xpm = 58.810250000007
pms # 4 Xpm = 58.810250000007
pms # 5 Xpm = 58.810250000007
pms # 6 Xpm = 58.810250000007

LES PILES A H2 :

pms # 1 Xpm = 55.500000000000
pms # 2 Xpm = 55.500000000000
pms # 3 Xpm = 55.500000000000
pms # 4 Xpm = 77.326716666669
pms # 5 Xpm = 80.060050000002
pms # 6 Xpm = 91.060050000002

LES TURBINES A GAZ :

pms # 1 Xpm = 0.
pms # 2 Xpm = 0.
pms # 3 Xpm = 0.
pms # 4 Xpm = 8.1732833333311
pms # 5 Xpm = 23.439949999998
pms # 6 Xpm = 23.439949999998